

«Магнитогорский государственный технический
университет им. Г.И. Носова»

РАБОТА № 2 «ОБРАБОТКА ВЫБОРКИ. ПОСТРОЕНИЕ ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕПРЕРЫВНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ»



Магнитогорск, 2019
Профессор каф. ТОМ Левандовский С.А.
на базе материалов профессора Румянцева М.И.



Ваши исходных данные выглядят следующим образом

ВНИМАНИЕ!

Здесь представлена лишь форма исходных данных для примера. Ваши исходные данные Вы получаете персонально у преподавателя.

Вариант 1.1

Толщина листа при настройке
на номинал 1,00 × 1550 мм
(ГОСТ 19904)

0,92	1,00	1,03	1,04	1,08
1,00	0,99	1,08	1,05	1,00
1,07	1,00	0,99	0,92	1,06
1,00	0,90	0,99	0,99	1,05
1,02	0,99	0,95	0,97	0,94
1,04	1,00	0,96	0,98	1,03
0,96	0,94	0,99	0,93	1,06
0,99	0,99	1,03	1,00	1,00
1,08	0,97	1,02	0,97	1,00
1,00	1,01	0,93	0,94	0,99

Вариант 1.2

Влияние
температуры конца прокатки ($t_{кп}$) и смотки ($t_{см}$)
на предел текучести (σ_t , МПа) стали
0,08 % C 0,020 % Si

$t_{кп}$, °C	$t_{см}$, °C						
	554	599	630	652	673	702	730
787	310,2	285,0	283,4	296,1	272,2	220,6	211,4
826	319,3	300,2	243,6	265,3	263,4	206,8	187,6
844	283,5	242,4	234,8	232,4	262,6	251,9	193,8
853	317,1	281,9	275,4	220,0	235,2	216,5	222,4
888	288,8	278,6	264,1	202,7	206,9	203,2	203,1
904	261,7	240,6	206,0	205,6	243,8	183,1	169,0
931	246,4	213,3	223,7	211,4	222,5	173,9	196,7

ЦЕЛИ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ВЫБОРКИ



Необходимо выполнить 4 задачи:

1. Выявление и отсеивание грубых погрешностей;
2. Истинное значение на основе анализа случайной величины;
3. Оценка точности измерения значений;
4. Построение выборочного распределения.

1. Выявление и отсеивание грубых погрешностей

- Для получения выборки без грубых погрешностей необходимо убедиться в том, что числовые значения измеряемой величины отличаются от среднего арифметического не более чем на величину трехкратного стандартного отклонения (справедливо для выборок с числом n от 20 до 50).

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Таким образом, допустимый диапазон для значений будет выглядеть следующим образом:

$$\bar{X} - 3 * S_x < \bar{X} < \bar{X} + 3 * S_x$$

- После исключения значений выходящих за указанные пределы диапазона необходимо скорректировать число измерений на новое значение и продолжить работу с выборкой.

2. Истинное значение на основе анализа случайной величины

Анализируемая случайная величина имеет значение

$$\bar{x} \pm \Delta_x$$

Доверительная граница

$$\Delta_x = \pm s_x t[\alpha; n-1]$$

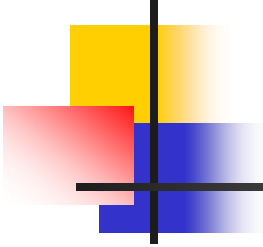
Стандартное отклонение выборочного среднего

$$s_x = s / \sqrt{n}$$

Табличное число Стьюдента

$$t[\alpha; n-1] = \text{СТЮДРАСПОБР}(\alpha; n-1)$$

	A	H	I	J	K	L
1			ВЫБОРОЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ			
2			"ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА"			Функции
3			=L9/КОРЕНЬ(L17)			Excel
4						
5			Среднее	2,4975 мм		2,50
6		S_x	Стандартная ошибка	0,005187 мм		0,005
7			Медиана	2,5 мм		2,50
8			Мода	2,5 мм		2,50
9			Стандартное отклонение	0,02541 мм		0,025
10			Дисперсия выборки	0,000646 мм ²		0,0006
11			=L6*СТЮДРАСПОБР(0,05;G3-1)			
12			Асимметричность	-0,50664	-	-0,51
13			Интервал	0,045535		0,05
14			Минимум	0,09 мм		0,09
15			Максимум	2,45 мм		2,45
16			Сумма	2,54 мм		2,54
17			Счет	59,94 мм		59,94
18		Δ_x	Уровень надежности(95,0%)	24	-	24
19			ОЦЕНКА			



ВЫВОД ОТНОСИТЕЛЬНО ИСТИННОГО ЗНАЧЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

С доверительной вероятностью
 $p=1-0,05=0,95$ (т.е. 95%) истинное
значение толщины прокатанной полосы
равно $2,50 \pm 0,01$ мм



3. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ

- Определившись с доверительной вероятностью P (и с уровнем значимости $\alpha = 1 - P$) можно провести расчёт точности результата измерения для выборки по формуле:

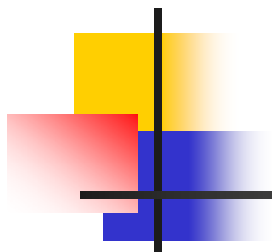
$$Z = \left(1 - \frac{\Delta_x}{\bar{x}}\right) \cdot 100\%$$

- где Δ_x - полуширина доверительного интервала, \bar{x} - среднее арифметическое выборки.

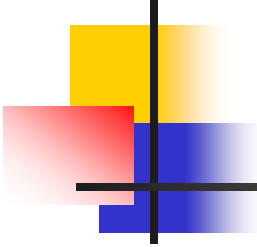


3. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ

- Выбрав различные значения доверительной вероятности мы получим разные значения полуширины доверительного интервала $\Delta_x = \pm s_x t[\alpha; n - 1]$
- Для различных условий доверия к результату измерения – будут различны и значения точности.



4. ПОСТРОЕНИЕ ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ



ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПОСТРОЕНИЯ ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1. Построить вариационный ряд
2. Отобразить вариационный ряд графически в виде гистограммы и кумуляты
3. Нанести на гистограмму и кумуляту теоретические кривые

ПОСТРОЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА



1. Разбить интервал варьирования параметра на классы (карманы)
2. Определить частоты попадания значений параметра в карманы
3. Рассчитать дифференциальные и кумулятивные (накопленные) частоты

РАЗБИЕНИЕ ИНТЕРВАЛА ВАРЬИРОВАНИЯ НА КАРМАНЫ

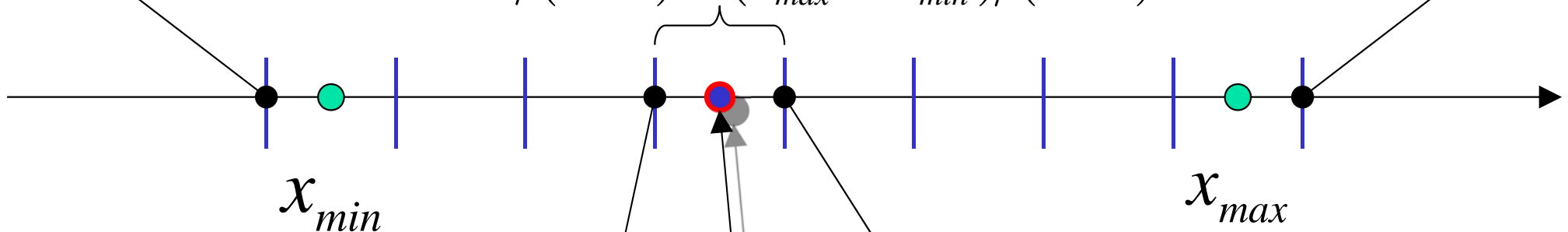
$$k \approx 1 + 3,322 \lg n$$

ОКРУГЛИТЬ
ДО БЛИЖАЙШЕГО
МЕНЬШЕГО ЦЕЛОГО

$$u_{01} = x_{\min} - l/2$$

$$u_{1k} = x_{\max} + l/2$$

$$l = R/(k-1) = (x_{\max} - x_{\min})/(k-1)$$



$$u_{0j} = x_{\min} + (j - 1,5)l$$

$$u_{1j} = x_{\min} + (j - 0,5)l$$

ВАРИАНТА

$$x_j^* = \frac{u_{0j} + u_{1j}}{2}$$

ВАРИАНТА



ВАРИАНТА

Значение случайной величины,
которое считают характерным
для j-го кармана

$$x_j^* = \frac{u_{0j} + u_{1j}}{2}$$

ТАБЛИЧНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА

Карман			Вари- анта x^*	Часто- та m_j	Частотность	
Номер j	Левая граница u_0	Правая граница u_1			Диффе- ренци- альная f_j	Куму- лятив- ная F_j
1	u_{01}	u_{11}	x_1^*	m_1	f_1	F_1
2	u_{02}	u_{12}	x_2^*	m_2	f_2	F_2
...
j	u_{0j}	u_{1j}	x_j^*	m_j	f_j	F_j
...
k	u_{0k}	u_{1k}	x_k^*	m_k	f_k	1

ЧАСТОТА

Число значений случайной величины,
которые могут быть отнесены
к данному карману.

Возможные условия
классификации значений
параметра по карманам:

$$u_{0j} \leq x < u_{1j}$$

$$u_{0j} < x \leq u_{1j}$$

Сумма частот всех членов
вариационного ряда равна
объему исходной выборки:

$$\sum_{j=1}^k m_j = n$$



ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ЧАСТОСТЬ (ЧАСТОСТЬ)

$$f_j = \frac{m_j}{n}$$

Отношение частоты
некоторого члена
вариационного ряда к общему
количеству наблюдений
за случайной величиной

Сумма частотей всех
членов вариационного ряда
равна единице

$$\sum_{j=1}^k f_j = 1$$



КУМУЛЯТИВНАЯ ЧАСТОСТЬ

Кумулятивная частота является
выборочной оценкой
функции распределения вероятности
для значения параметра $x = x_j^*$

$$F_j = \sum_{i=1}^j f_i, (i = 1, 2, \dots, j)$$

Для последнего кармана

$$F_k = \sum_{j=1}^k f_j = 1$$



k^* – расчетное
число карманов

X_{\min} – наименьший элемент выборки

R – размах выборки

l – принятая длина кармана

[illegible]

=C4ËT(B2:B25)

$$=1+3,322*\text{LOG}_{10}(\text{D3})$$

=ОКРУГЛВНИЗ(Е3;0)

=МИН(B2:B25)

=МАКС(B2:B25)

=H3-G3

=I3/(F3-1)

С КЛАВИАТУРЫ

[illegible]

РАЗБИЕНИЕ ИНТЕРВАЛА НА КАРМАНЫ

Длину кармана l желательно подобрать таким образом, чтобы выполнялось условие

$$x_{max} < u_{1k} \leq x_{max} + l/2$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм	ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ										
2		2,45	n	k*	k	Xmin	Xmax	R	I*	I			
3		2,46	24	5,59	5	2,45	2,54	0,090	0,023	0,025			
4		2,46											
			ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД										
			Интервал	X*	mj	fj	Fj						
			2,44 - 2,46	2,45	1	0,042	0,042						
			2,46 - 2,49	2,48	4	0,167	0,208						
			2,49 - 2,51	2,50	11	0,458	0,667						
			2,51 - 2,54	2,53	4	0,167	0,833						
			2,54 - 2,56	2,55	4	0,167	1,000						
					24	1,000							
			КУМУЛЯТА										
			F(x)	ft(x)	Fт(x)								
18		2,51		2,44	0,000	0,000	0,018	0,018					
19		2,51		2,45	0,042	0,042	0,054	0,072					
20		2,51		2,48	0,167	0,208	0,242	0,314					
21		2,52		2,50	0,458	0,667	0,399	0,712					
22		2,53		2,53	0,167	0,833	0,242	0,954					
23		2,54		2,55	0,167	1,000	0,054	1,008					
24		2,54		2,56	0,000	-	0,018	-					
25		2,54			1,000		1,026						
26													



[illegible]

$$= \$G\$3 - \$K\$3/2$$

=E8+\$K\$3

$$=(E8+F8)/2$$

=ЧАСТОТА(B2:B25;I8:I11)

=J9/\$D\$3

=K8

=L8+K9

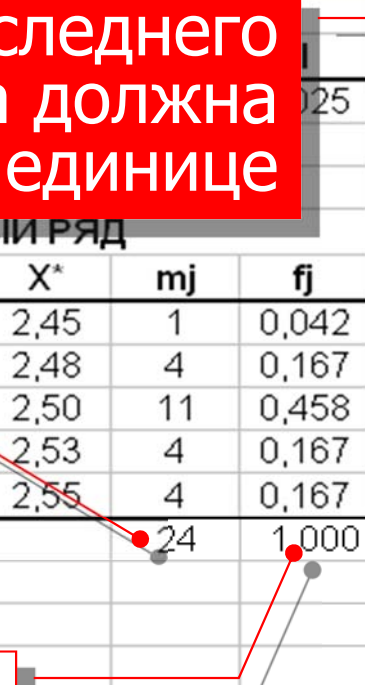
[illegible]

 F_j для последнего карамана должна равняться единице



=CYMM(K8:K12)

Сумма частотей
должна
равняться
единице



ГРАФИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

X – значение
анализируемого
параметра

$f(x)$ – плотность
распределения
выборочная

$F(x)$ – функция
распределения
выборочная

$f_T(x)$ – плотность
распределения
теоретическая

$F_T(x)$ – функция
распределения
теоретическая

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм	ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ										
2		2,45	n	k*	k	Xmin	Xmax	R	I*	I			
3		2,46	24	5,59	5	2,45	2,54	0,090	0,022	0,025			
4		2,46											
5		2,47											
6		2,47	ВАРИАНТЫ										
7		2,48	j	U0j	U1j	Интер							
8		2,48	1	2,44	2,46	2,44 -							
9		2,49	2	2,46	2,49	2,46 -							
10		2,49	3	2,49	2,51	2,49 -							
11		2,49	4	2,51	2,54	2,51 -							
12		2,50	5	2,54	2,56	2,54 - 2,56		2,55	4	0,167	1,000		
13		2,50							24	1,000			
14		2,50											
15		2,50											
16		2,50	ГИСТОГРАММА И КУМУЛЯТА										
17		2,50		x	f(x)	F(x)	f_T(x)	F_T(x)					
18		2,51		2,44	0,000	0,000	0,018	0,018					
19		2,51		2,45	0,042	0,042	0,054	0,072					
20		2,51		2,48	0,167	0,208	0,242	0,314					
21		2,52		2,50	0,458	0,667	0,399	0,712					
22		2,53		2,53	0,167	0,833	0,242	0,954					
23		2,54		2,55	0,167	1,000	0,054	1,008					
24		2,54		2,56	0,000	-	0,018	-					
25		2,54			1,000		1,026						

ТАБЛИЦА
ДАННЫХ ДЛЯ
ПОСТРОЕНИЯ
ГРАФИКОВ

С КЛАВИАТУРЫ

$$=(15,959 * \text{EXP}(-800 * (E18 - 2,5)^2)) * \$K\$3$$

G19=L8 ... G23=L12

F19=K8 ... F23=K12

=E8

E19=I8 ... E23=I12

=F12

=H18

=I18+H19

ГРАФИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

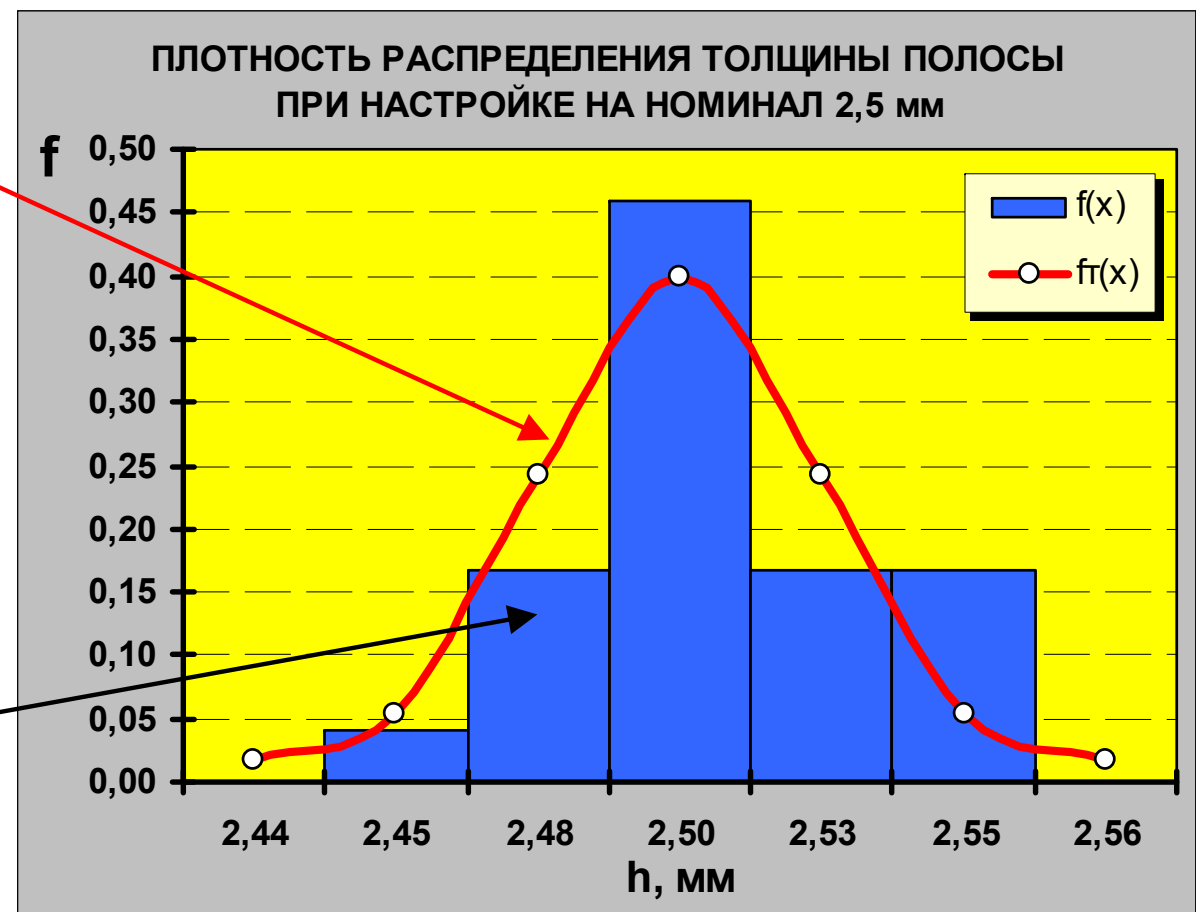
Торетическое
распределение
отображено
сглаженной линией

Имя ряда «ft(X)»
Значения H18:H24
Подписи оси X E18:E24

Выборочное
распределение
отображено гистограммой

Имя ряда «f(X)»
Значения F18:F24
Подписи оси X E18:E24

Применить диаграмму типа
«График-гистограмма»



ГРАФИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

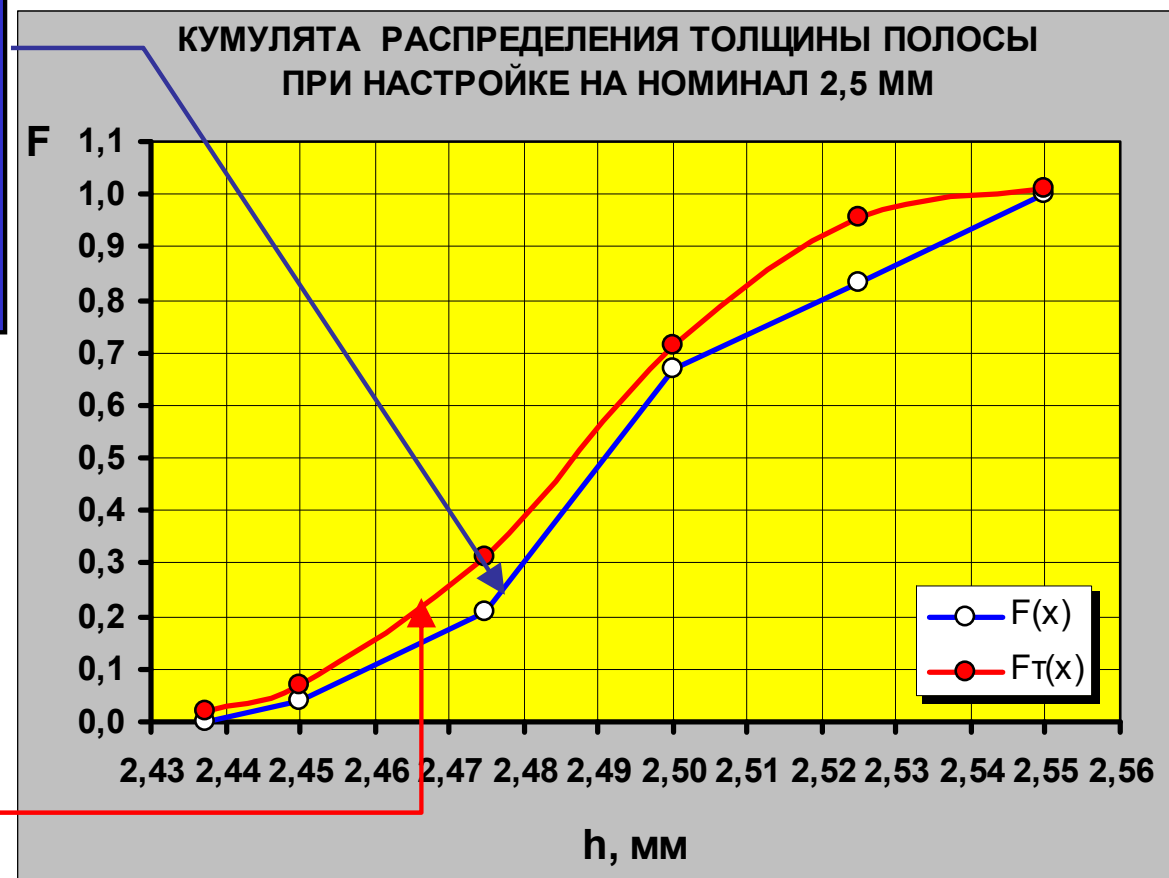
Выборочное
распределение
отображено
ломаной линией

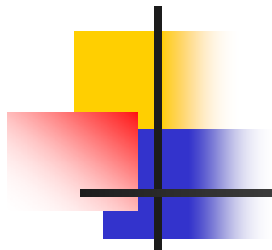
Имя ряда	«F(X)»
Значения	G18:G23
Подписи оси X	E18:E23

Теоретическое
распределение
отображено
сглаженной линией

Имя ряда	«Fт(X)»
Значения	I18:I23
Подписи оси X	E18:E23

Применить диаграмму типа
«Точечная»





ВНЕШНИЕ ПРИЗНАКИ КАЧЕСТВА ВАРИАЦИОННОГО РЯДА

СООТНОШЕНИЕ ПРАВОЙ ГРАНИЦЫ ПОСЛЕДНЕГО КАРМАНА И X_{\max}

ВВЕСТИ БОЛЬШЕЕ
ЗНАЧЕНИЕ

ДАННЫЙ ВАРИАНТ
ВАРИАЦИОННОГО
РЯДА ОТОБРАЖАЕТ
ЛИШЬ ЧАСТЬ
ИНТЕРВАЛА
ВАРЬИРОВАНИЯ
АНАЛИЗИРУЕМОГО
ПАРАМЕТРА.

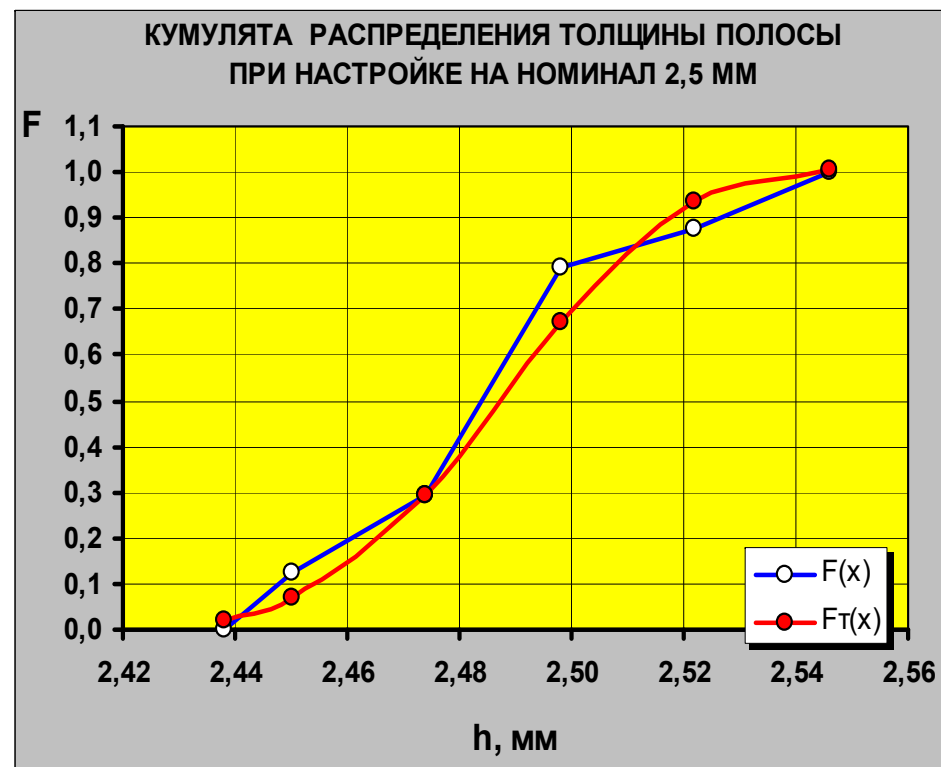
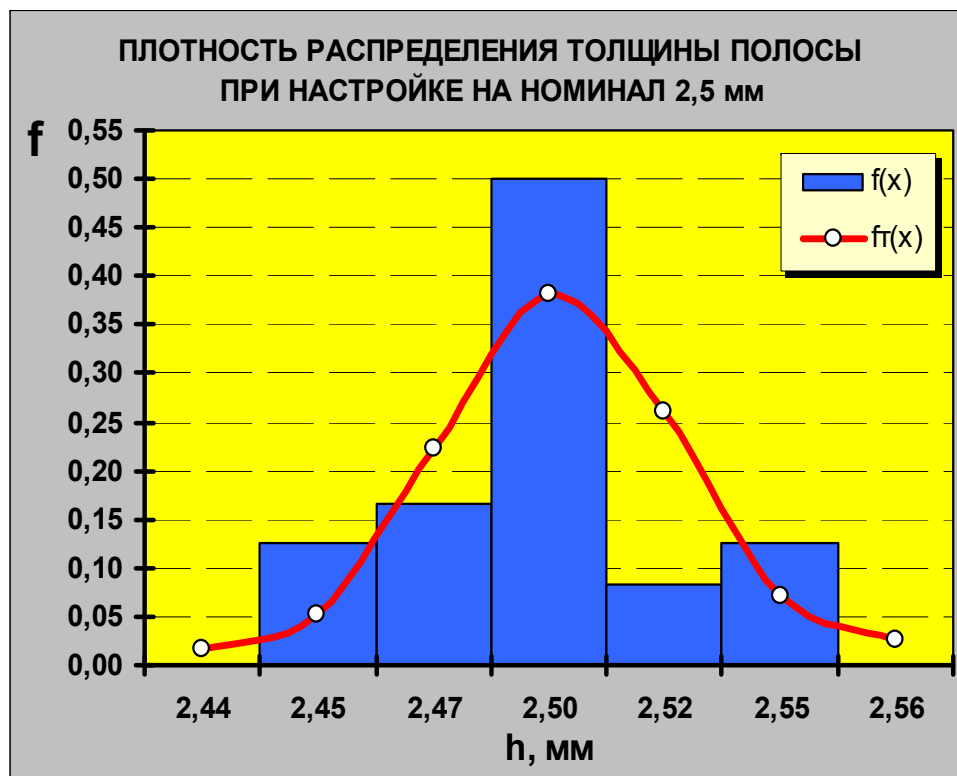
НЕОБХОДИМО
УВЕЛИЧИТЬ ДЛИНУ
КАРМАНА

n	k*	k	Xmin	Xmax	R	I*	I
24	5,59	5	2,45	2,54	0,90	0,023	0,018

j	U0j	U1j	Интервал	Fj
1	2,44	2,46	2,44 - 2,46	0,042
2	2,46	2,48	2,46 - 2,48	0,292
3	2,48	2,50	2,48 - 2,50	0,667
4	2,50	2,51	2,50 - 2,51	1,000
5	2,51	2,53	2,51 - 2,53	

ПРАВАЯ
ГРАНИЦА
ПОСЛЕДНЕГО
КАРМАНА
МЕНЬШЕ X_{\max}

ФОРМА ГИСТОГРАММЫ И КУМУЛЯТЫ



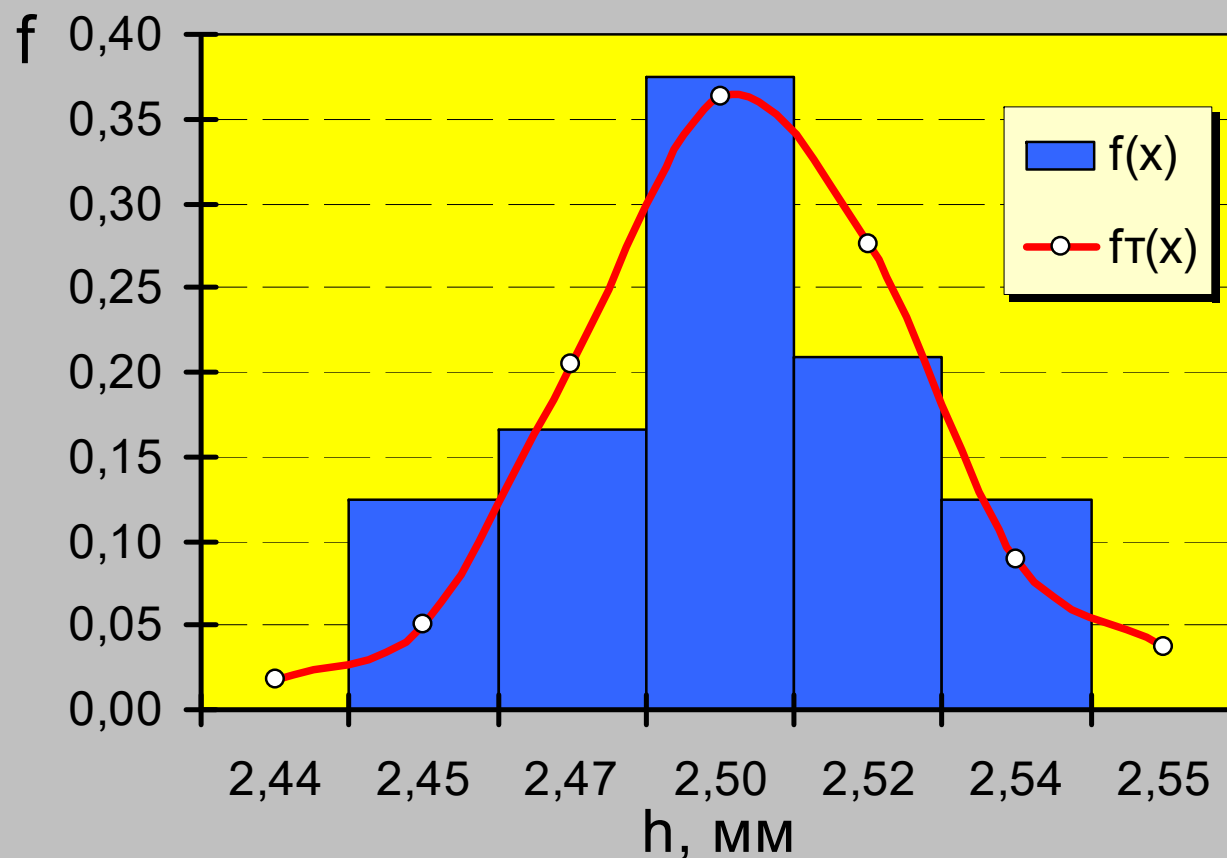
УЛУЧШЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА ИЗМЕНЕНИЕМ ГРАНИЦ КАРМАНОВ

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм	ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ										
2		2,45	n	k*	k	Xmin	Xmax	R	I*	I			
3		2,46	24	5,59	5	2,45	2,54	0,090	0,023	0,023			
4		2,46											
5		2,47											
6		2,47	ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД										
7		2,48	j	U0j	U1j	Интервал	X*	mj	fj	Fj			
8		2,48	1	2,44	2,46	2,44 - 2,46	2,45	3	0,125	0,125			
9		2,49	2	2,46	2,48	2,46 - 2,48	2,47	3	0,167	0,292			
10		2,49	3	2,48	2,51	2,48 - 2,51	2,50	9	0,375	0,667			
11		2,49	4	2,51	2,53	2,51 - 2,53	2,52	5	0,208	0,875			
12		2,50	5	2,53	2,55	2,53 - 2,55	2,54	3	0,125	1,000			
13		2,50						24	1,000				
14		2,50											

=ЧАСТОТА(B2:B25; F8:F11)

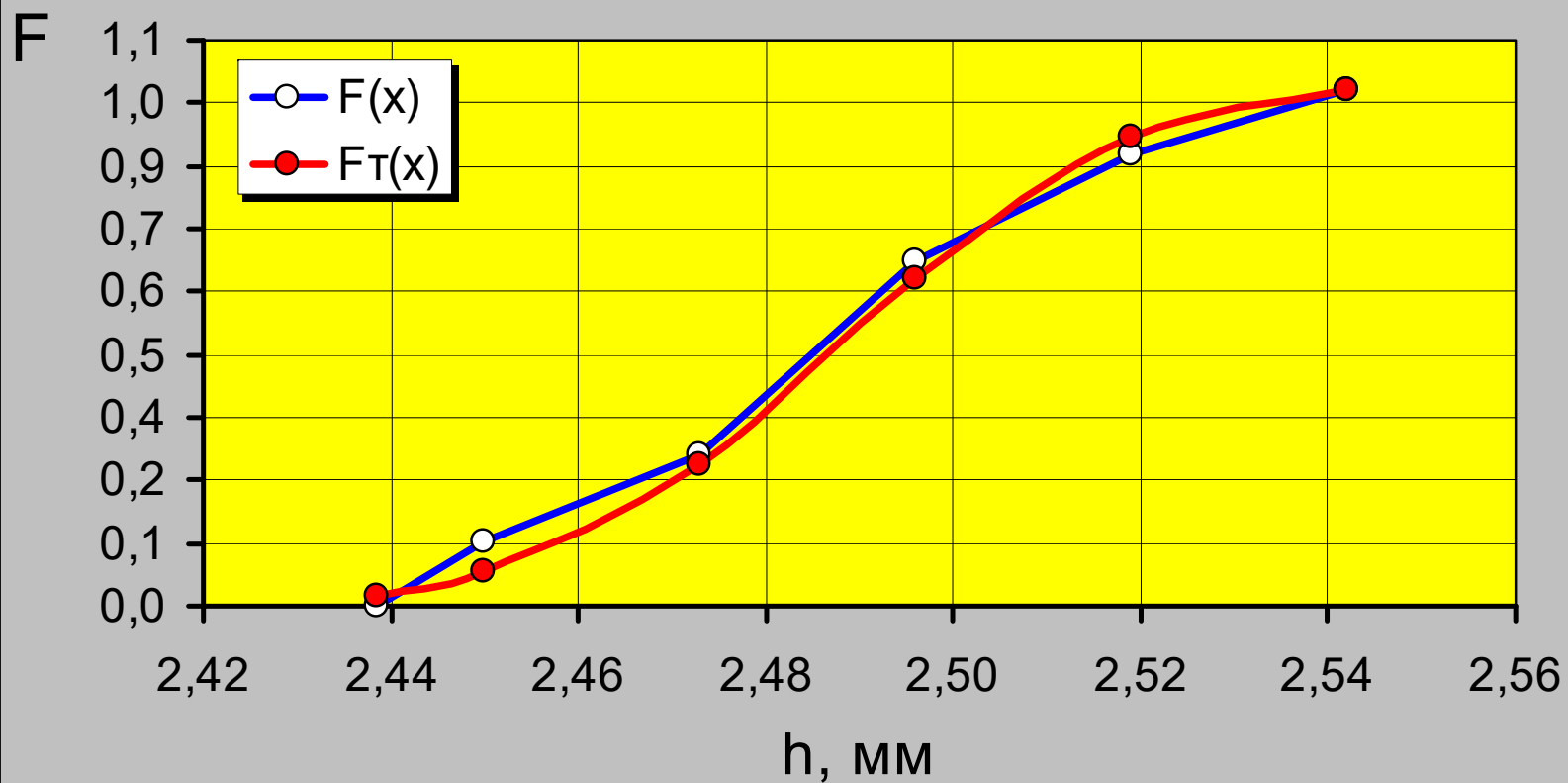
НОВАЯ ГИСТОГРАММА

ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЛЩИНЫ
ПОЛОСЫ ПРИ НАСТРОЙКЕ
НА НОМИНАЛ 2,5 мм



НОВАЯ КУМУЛЯТА

КУМУЛЯТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЛЩИНЫ ПОЛОСЫ
ПРИ НАСТРОЙКЕ НА НОМИНАЛ 2,5 ММ



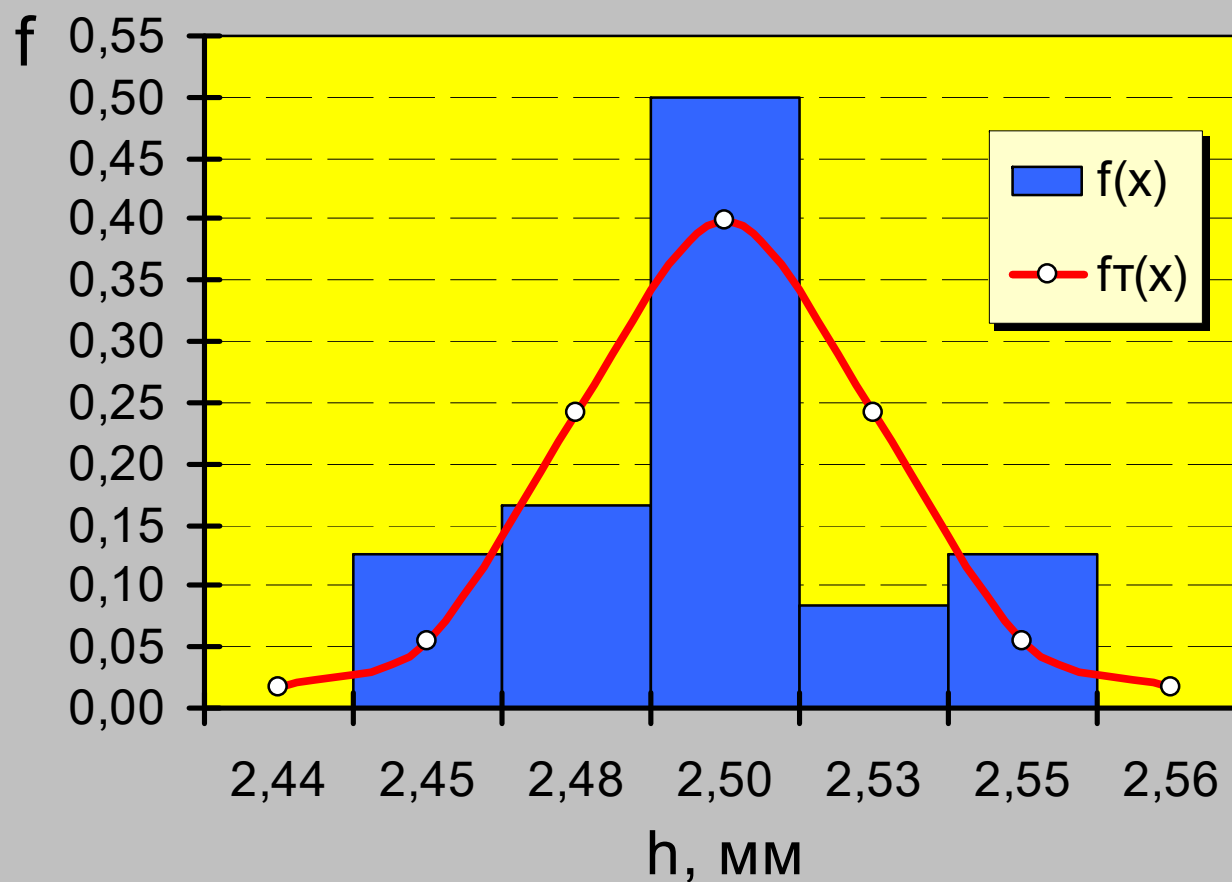
УЛУЧШЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА ИЗМЕНЕНИЕМ ДЛИНЫ КАРМАНА

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм	ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ										
2		2,45	n	k*	k	Xmin	Xmax	R	I*	I			
3		2,46	24	5,59	5	2,45	2,54	0,090	0,023	0,025			
4		2,46											
5		2,47											
6		2,47	ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД										
7		2,48	j	U0j	U1j	Интервал	X*	mj	fj	Fj			
8		2,48	1	2,44	2,46	2,44 - 2,46	2,45	3	0,125	0,125			
9		2,49	2	2,46	2,49	2,46 - 2,49	2,48	4	0,167	0,292			
10		2,49	3	2,49	2,51	2,49 - 2,51	2,50	12	0,500	0,792			
11		2,49	4	2,51	2,54	2,51 - 2,54	2,53	2	0,083	0,875			
12		2,50	5	2,54	2,56	2,54 - 2,56	2,55	3	0,125	1,000			
13		2,50						24	1,000				
14		2,50											

=ЧАСТОТА(B2:B25; F8:F11)

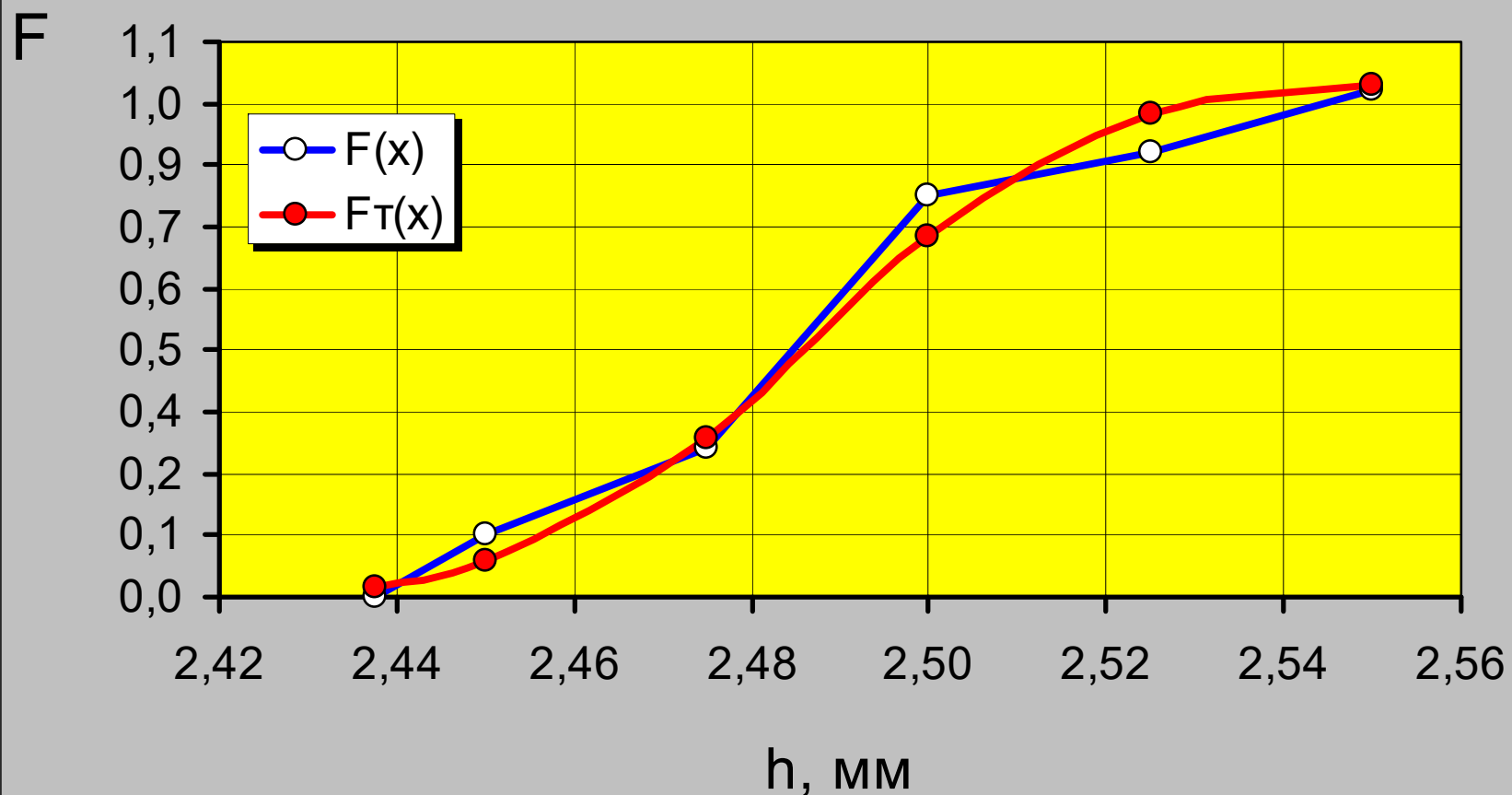
НОВАЯ ГИСТОГРАММА

ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ТОЛЩИНЫ ПОЛОСЫ ПРИ НАСТРОЙКЕ
НА НОМИНАЛ 2,5 мм



НОВАЯ КУМУЛЯТА

КУМУЛЯТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЛЩИНЫ ПОЛОСЫ
ПРИ НАСТРОЙКЕ НА НОМИНАЛ 2,5 ММ



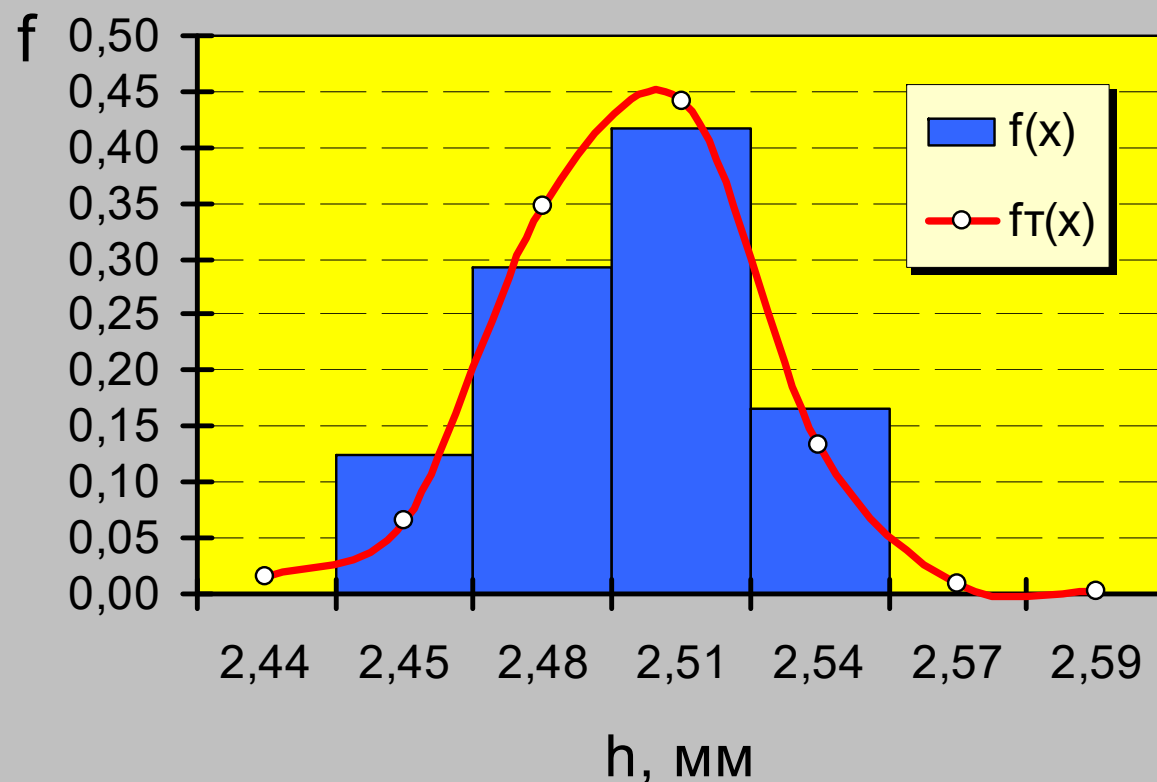
УЛУЧШЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА ИЗМЕНЕНИЕМ ДЛИНЫ КАРМАНА

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм	ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ										
2		2,45	n	k*	k	Xmin	Xmax	R	I*	I			
3		2,46	24	5,59	5	2,45	2,54	0,090	0,023	0,030			
4		2,46											
5		2,47											
6		2,47	ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД										
7		2,48	j	U0j	U1j	Интервал	X*	mj	fj	Fj			
8		2,48	1	2,44	2,47	2,44 - 2,47	2,45	3	0,125	0,125			
9		2,49	2	2,47	2,50	2,47 - 2,50	2,48	7	0,292	0,417			
10		2,49	3	2,50	2,53	2,50 - 2,53	2,51	10	0,417	0,833			
11		2,49	4	2,53	2,56	2,53 - 2,56	2,54	4	0,167	1,000			
12		2,50	5	2,56	2,59	2,56 - 2,59	2,57	0	0,000	1,000			
13		2,50						24	1,000				
14		2,50											

=ЧАСТОТА(B2:B25; F8:F11)

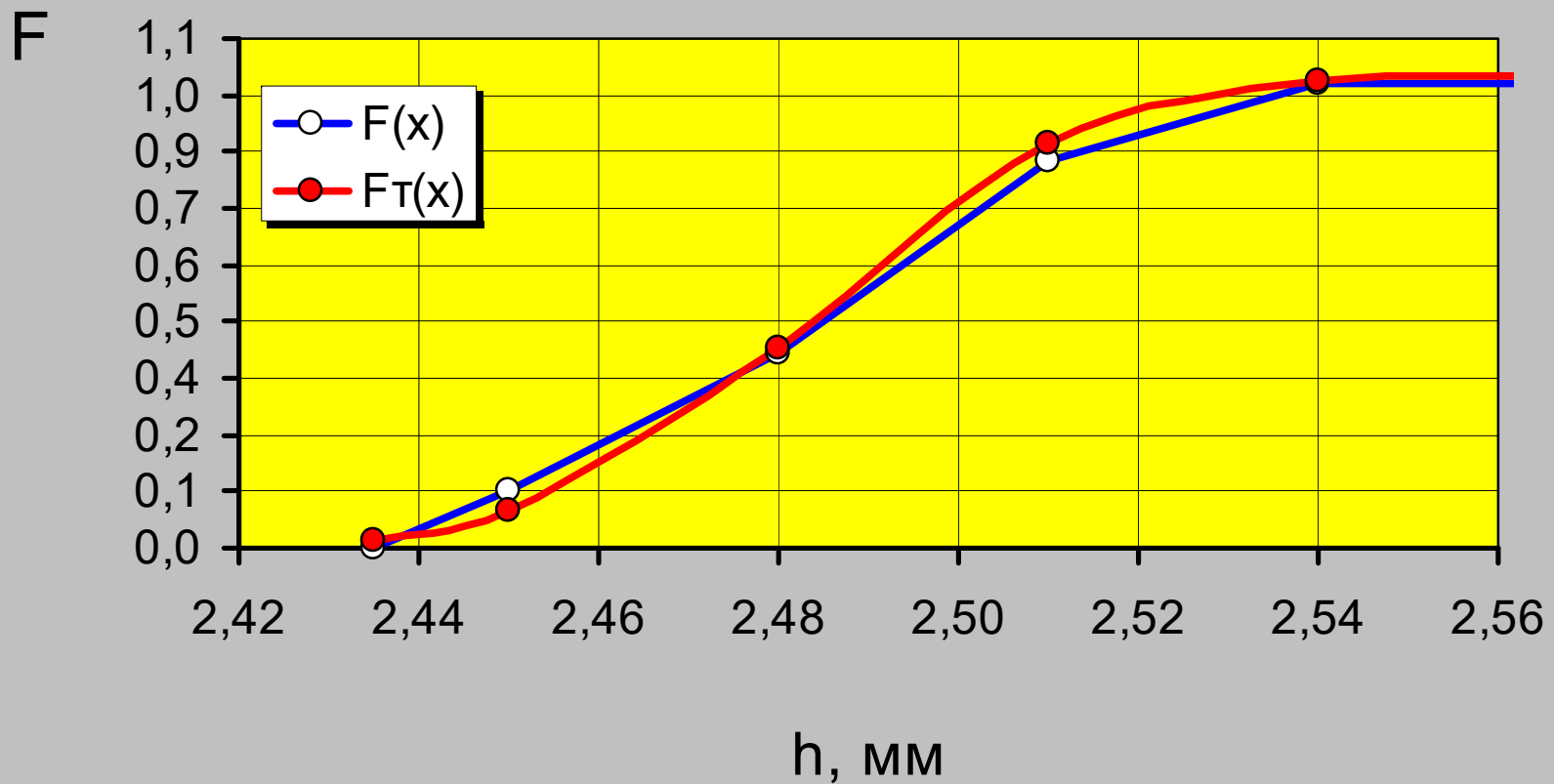
НОВАЯ ГИСТОГРАММА

ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ТОЛЩИНЫ ПОЛОСЫ ПРИ НАСТРОЙКЕ
НА НОМИНАЛ 2,5 мм



НОВАЯ КУМУЛЯТА

КУМУЛЯТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОЛЩИНЫ ПОЛОСЫ
ПРИ НАСТРОЙКЕ НА НОМИНАЛ 2,5 ММ



РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Румянцев М.И., Левандовский С.А., Ручинская Н.А., Черкасов К.Е., Логинов А.В. Статистические методы обработки и анализа числовой информации, контроля и управления качеством проката: Учебное пособие, 2-е изд., перераб. и доп. Магнитогорск, МГТУ, 2014. 262 с.
2. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул: Учебн. пособие для вузов, 2-е изд., перераб. и доп. М., Высш. шк. , 1988. 239 с.
3. Минько А.А. Статистический анализ в MS Excel. М., Изд. дом «Вильямс», 2004. 448 с.
4. Румянцев М.И. Обработка и анализ выборки. Магнитогорск, МГТУ, 2003.