# ОБРАБОТКА И АНАЛИЗ ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

## ВЫБОРОЧНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ВАРИАЦИИ ПАРАМЕТРА

### *Построение выборочного распределения*

2018 © Левандовский С.А.,
профессор, канд. техн. наук
*(на основе материалов профессора Румянцева М.И.)*
Кафедра технологий обработки материалов, ФГБОУ ВО МГТУ

# ПОСТРОЕНИЕ ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

# ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПОСТРОЕНИЯ ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1. Построить вариационный ряд
2. Отобразить вариационный ряд графически в виде полигона и кумуляты
3. Нанести на полигон и кумуляту теоретические кривые

# ПОСТРОЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА

1. Разбить интервал варьирования параметра на классы (карманы)
2. Определить частоты попадания значений параметра в карманы
3. Рассчитать дифференциальные и кумулятивные (накопленные ) частости

# РАЗБИЕНИЕ ИНТЕРВАЛА ВАРЬИРОВАНИЯ НА КАРМАНЫ

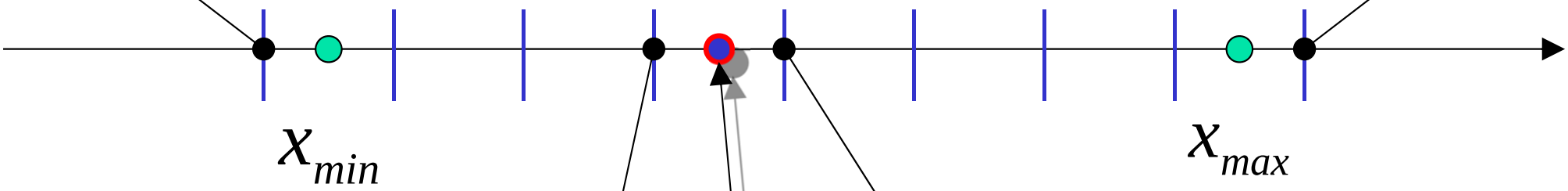
$$k \approx 1 + 3{,}322 \lg n$$

**ОКРУГЛИТЬ ДО БЛИЖАЙШЕГО МЕНЬШЕГО ЦЕЛОГО**

$$u_{01} = x_{min} - l/2$$

$$u_{1k} = x_{max} + l/2$$

$$l = R/(k-1) = (x_{max} - x_{min})/(k-1)$$




$$u_{0j} = x_{min} + (j - 1{,}5)l$$

$$u_{1j} = x_{min} + (j - 0{,}5)l$$

ВАРИАНТА

$$x_j^* = \frac{u_{0j} + u_{1j}}{2}$$

ВАРИАНТА

# ВАРИАНТА

Значение случайной величины, которое считают характерным для j-го кармана

$$x_j^* = \frac{u_{0j} + u_{1j}}{2}$$

# ТАБЛИЧНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА

| Карман | | | Вари-анта $x^*$ | Часто-та $m_j$ | Частость | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Номер $j$ | Левая граница $u_0$ | Правая граница $u_1$ | | | Диффе ренци-альная $f_j$ | Куму-лятив-ная $F_j$ |
| 1 | $u_{01}$ | $u_{11}$ | $x_1^*$ | $m_1$ | $f_1$ | $F_1$ |
| 2 | $u_{02}$ | $u_{12}$ | $x_2^*$ | $m_2$ | $f_2$ | $F_2$ |
| … | … | … | … | … | … | … |
| $j$ | $u_{0j}$ | $u_{1j}$ | $x_j^*$ | $m_j$ | $f_j$ | $F_j$ |
| … | … | … | … | … | … | … |
| $k$ | $u_{0k}$ | $u_{1k}$ | $x_k^*$ | $m_k$ | $f_k$ | 1 |

# ЧАСТОТА

Число значений случайной величины, которые могут быть отнесены к данному карману.

Возможные условия классификации значений параметра по карманам:

$$u_{0j} \le x < u_{1j}$$

$$u_{0j} < x \le u_{1j}$$

Сумма частот всех членов вариационного ряда равна объему исходной выборки:

$$\sum_{j=1}^{k} m_j = n$$

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ЧАСТОСТЬ (ЧАСТОСТЬ)

$$f_j = \frac{m_j}{n}$$

Отношение частоты некоторого члена вариационного ряда к общему количеству наблюдений за случайной величиной

Сумма частостей всех членов вариационного ряда равна единице

$$\sum_{j=1}^{k} f_j = 1$$

# КУМУЛЯТИВНАЯ ЧАСТОСТЬ

Кумулятивная частость является выборочной оценкой функции распределения вероятности для значения параметра $x = x^*_j$

$$F_j = \sum_{i=1}^{j} f_i, (i = 1, 2, \ldots, j)$$

Для последнего кармана

$$F_k = \sum_{j=1}^{k} f_j = 1$$

# РАЗБИЕНИЕ ИНТЕРВАЛА НА КАРМАНЫ

n – объем выборки

k* – расчетное число карманов

k – принятое число карманов

Xmin – наименьший элемент выборки

Xmax – наибольший элемент выборки

R – размах выборки

l* – расчетная длина кармана

l – принятая длина кармана

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | h, мм | | | | ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ | | | | | | | |
| 2 | | 2,45 | | n | k* | k | Xmin | Xmax | R | l* | l | | |
| 3 | | 2,46 | | 24 | 5,59 | 5 | 2,45 | 2,54 | 0,090 | 0,023 | 0,025 | | |
| 4 | | 2,46 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | 2,47 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | 2,47 | | | | | ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД | | | | | | |
| 7 | | 2,48 | | j | U0j | U1j | Интервал | | X* | mj | fj | Fj | |
| 8 | | 2,48 | | 1 | 2,44 | 2,46 | 2,44 - 2,46 | | 2,45 | 1 | 0,042 | 0,042 | |
| 9 | | 2,49 | | 2 | 2,46 | 2,49 | 2,46 - 2,49 | | 2,48 | 4 | 0,167 | 0,208 | |
| 10 | | 2,49 | | 3 | 2,49 | 2,51 | 2,49 - 2,51 | | 2,50 | 11 | 0,458 | 0,667 | |
| 11 | | 2,49 | | 4 | 2,51 | 2,54 | 2,51 - 2,54 | | 2,53 | 4 | 0,167 | 0,833 | |
| 12 | | 2,50 | | 5 | 2,54 | 2,56 | 2,54 - 2,56 | | 2,55 | 4 | 0,167 | 1,000 | |
| 13 | | 2,50 | | | | | | | | 24 | 1,000 | | |
| 14 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |
| 15 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |
| 16 | | 2,50 | | | ПОЛИГОН И КУМУЛЯТА | | | | | | | | |
| 17 | | 2,50 | | | x | f(x) | F(x) | fт(x) | Fт(x) | | | | |
| 18 | | 2,51 | | | 2,44 | 0,000 | 0,000 | 0,018 | 0,018 | | | | |
| 19 | | 2,51 | | | 2,45 | 0,042 | 0,042 | 0,054 | 0,072 | | | | |
| 20 | | 2,51 | | | 2,48 | 0,167 | 0,208 | 0,242 | 0,314 | | | | |
| 21 | | 2,52 | | | 2,50 | 0,458 | 0,667 | 0,399 | 0,712 | | | | |
| 22 | | 2,53 | | | 2,53 | 0,167 | 0,833 | 0,242 | 0,954 | | | | |
| 23 | | 2,54 | | | 2,55 | 0,167 | 1,000 | 0,054 | 1,008 | | | | |
| 24 | | 2,54 | | | 2,56 | 0,000 | - | 0,018 | - | | | | |
| 25 | | 2,54 | | | | 1,000 | | 1,026 | | | | | |

# РАЗБИЕНИЕ ИНТЕРВАЛА НА КАРМАНЫ

=СЧЁТ(B2:B25)

=1+3,322*LOG10(D3)

С КЛАВИАТУРЫ

=МИН(B2:B25)

=МАКС(B2:B25)

=H3-G3

=I3/(F3-1)

С КЛАВИАТУРЫ

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | h, мм | | | | ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ | | | | | | | |
| 2 | | 2,45 | | n | k* | k | Xmin | Xmax | R | l* | l | | |
| 3 | | 2,46 | | 24 | 5,59 | 5 | 2,45 | 2,54 | 0,090 | 0,023 | 0,025 | | |
| 4 | | 2,46 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | 2,47 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | 2,47 | | | | | ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД | | | | | | |
| 7 | | 2,48 | | j | U0j | U1j | Интервал | | X* | mj | fj | Fj | |
| 8 | | 2,48 | | 1 | 2,44 | 2,46 | 2,44 - 2,46 | | 2,45 | 1 | 0,042 | 0,042 | |
| 9 | | 2,49 | | 2 | 2,46 | 2,49 | 2,46 - 2,49 | | 2,48 | 4 | 0,167 | 0,208 | |
| 10 | | 2,49 | | 3 | 2,49 | 2,51 | 2,49 - 2,51 | | 2,50 | 11 | 0,458 | 0,667 | |
| 11 | | 2,49 | | 4 | 2,51 | 2,54 | 2,51 - 2,54 | | 2,53 | 4 | 0,167 | 0,833 | |
| 12 | | 2,50 | | 5 | 2,54 | 2,56 | 2,54 - 2,56 | | 2,55 | 4 | 0,167 | 1,000 | |
| 13 | | 2,50 | | | | | | | | 24 | 1,000 | | |
| 14 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |
| 15 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |
| 16 | | 2,50 | | | ПОЛИГОН И КУМУЛЯТА | | | | | | | | |
| 17 | | 2,50 | | | x | f(x) | F(x) | fт(x) | Fт(x) | | | | |
| 18 | | 2,51 | | | 2,44 | 0,000 | 0,000 | 0,018 | 0,018 | | | | |
| 19 | | 2,51 | | | 2,45 | 0,042 | 0,042 | 0,054 | 0,072 | | | | |
| 20 | | 2,51 | | | 2,48 | 0,167 | 0,208 | 0,242 | 0,314 | | | | |
| 21 | | 2,52 | | | 2,50 | 0,458 | 0,667 | 0,399 | 0,712 | | | | |
| 22 | | 2,53 | | | 2,53 | 0,167 | 0,833 | 0,242 | 0,954 | | | | |
| 23 | | 2,54 | | | 2,55 | 0,167 | 1,000 | 0,054 | 1,008 | | | | |
| 24 | | 2,54 | | | 2,56 | 0,000 | - | 0,018 | - | | | | |
| 25 | | 2,54 | | | | 1,000 | | 1,026 | | | | | |

# РАЗБИЕНИЕ ИНТЕРВАЛА НА КАРМАНЫ

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | h, мм | | ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ | | | | | | | | | |
| 2 | | 2,45 | | n | k* | k | Xmin | Xmax | R | l* | l | | |
| 3 | | 2,46 | | 24 | 5,59 | 5 | 2,45 | 2,54 | 0,090 | 0,023 | 0,025 | | |
| 4 | | 2,46 | | | | | | | | | | | |

ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД

| Интервал | X* | mj | fj | Fj |
|---|---|---|---|---|
| 2,44 - 2,46 | 2,45 | 1 | 0,042 | 0,042 |
| 2,46 - 2,49 | 2,48 | 4 | 0,167 | 0,208 |
| 2,49 - 2,51 | 2,50 | 11 | 0,458 | 0,667 |
| 2,51 - 2,54 | 2,53 | 4 | 0,167 | 0,833 |
| 2,54 - 2,56 | 2,55 | 4 | 0,167 | 1,000 |
| | | 24 | 1,000 | |

УМУЛЯТА

| | | | | | F(x) | fт(x) | Fт(x) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 18 | 2,51 | | 2,44 | 0,000 | 0,000 | 0,018 | 0,018 |
| 19 | 2,51 | | 2,45 | 0,042 | 0,042 | 0,054 | 0,072 |
| 20 | 2,51 | | 2,48 | 0,167 | 0,208 | 0,242 | 0,314 |
| 21 | 2,52 | | 2,50 | 0,458 | 0,667 | 0,399 | 0,712 |
| 22 | 2,53 | | 2,53 | 0,167 | 0,833 | 0,242 | 0,954 |
| 23 | 2,54 | | 2,55 | 0,167 | 1,000 | 0,054 | 1,008 |
| 24 | 2,54 | | 2,56 | 0,000 | - | 0,018 | - |
| 25 | 2,54 | | | 1,000 | | 1,026 | |

Длину кармана $l$ желательно подобрать таким образом, чтобы выполнялось условие

$$x_{max} < u_{1k} \le x_{max} + l/2$$

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТ И РАСЧЕТ ЧАСТОСТЕЙ

$j$ – номер кармана

$U0_j$ – левая граница кармана

$U1_j$ – правая граница кармана

$X^*_j$ – варианта

$m_j$ –частота

$f_j$ –частость

$F_j$ –кумулятивная частость

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | h, мм | | ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ | | | | | | | | | |
| 2 | | 2,45 | | n | k* | k | Xmin | Xmax | R | l* | l | | |
| 3 | | 2,46 | | 24 | 5,59 | 5 | 2,45 | 2,54 | 0,090 | 0,023 | 0,025 | | |
| 4 | | 2,46 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | 2,47 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | 2,47 | | ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД | | | | | | | | | |
| 7 | | 2,48 | | j | U0j | U1j | Интервал | | X* | mj | fj | Fj | |
| 8 | | 2,48 | | 1 | 2,44 | 2,46 | 2,44 - 2,46 | | 2,45 | 1 | 0,042 | 0,042 | |
| 9 | | 2,49 | | 2 | 2,46 | 2,49 | 2,46 - 2,49 | | 2,48 | 4 | 0,167 | 0,208 | |
| 10 | | 2,49 | | 3 | 2,49 | 2,51 | 2,49 - 2,51 | | 2,50 | 11 | 0,458 | 0,667 | |
| 11 | | 2,49 | | 4 | 2,51 | 2,54 | 2,51 - 2,54 | | 2,53 | 4 | 0,167 | 0,833 | |
| 12 | | 2,50 | | 5 | 2,54 | 2,56 | 2,54 - 2,56 | | 2,55 | 4 | 0,167 | 1,000 | |
| 13 | | 2,50 | | | | | | | | 24 | 1,000 | | |
| 14 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |
| 15 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |
| 16 | | 2,50 | | | ПОЛИГОН И КУМУЛЯТА | | | | | | | | |
| 17 | | 2,50 | | | x | f(x) | F(x) | fт(x) | Fт(x) | | | | |
| 18 | | 2,51 | | | 2,44 | 0,000 | 0,000 | 0,018 | 0,018 | | | | |
| 19 | | 2,51 | | | 2,45 | 0,042 | 0,042 | 0,054 | 0,072 | | | | |
| 20 | | 2,51 | | | 2,48 | 0,167 | 0,208 | 0,242 | 0,314 | | | | |
| 21 | | 2,52 | | | 2,50 | 0,458 | 0,667 | 0,399 | 0,712 | | | | |
| 22 | | 2,53 | | | 2,53 | 0,167 | 0,833 | 0,242 | 0,954 | | | | |
| 23 | | 2,54 | | | 2,55 | 0,167 | 1,000 | 0,054 | 1,008 | | | | |
| 24 | | 2,54 | | | 2,56 | 0,000 | - | 0,018 | - | | | | |
| 25 | | 2,54 | | | | 1,000 | | 1,026 | | | | | |

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТ И РАСЧЕТ ЧАСТОСТЕЙ

С КЛАВИАТУРЫ

=$G$3-$K$3/2

=E8+$K$3

=(E8+F8)/2

=ЧАСТОТА(B2:B25;I8:I11)

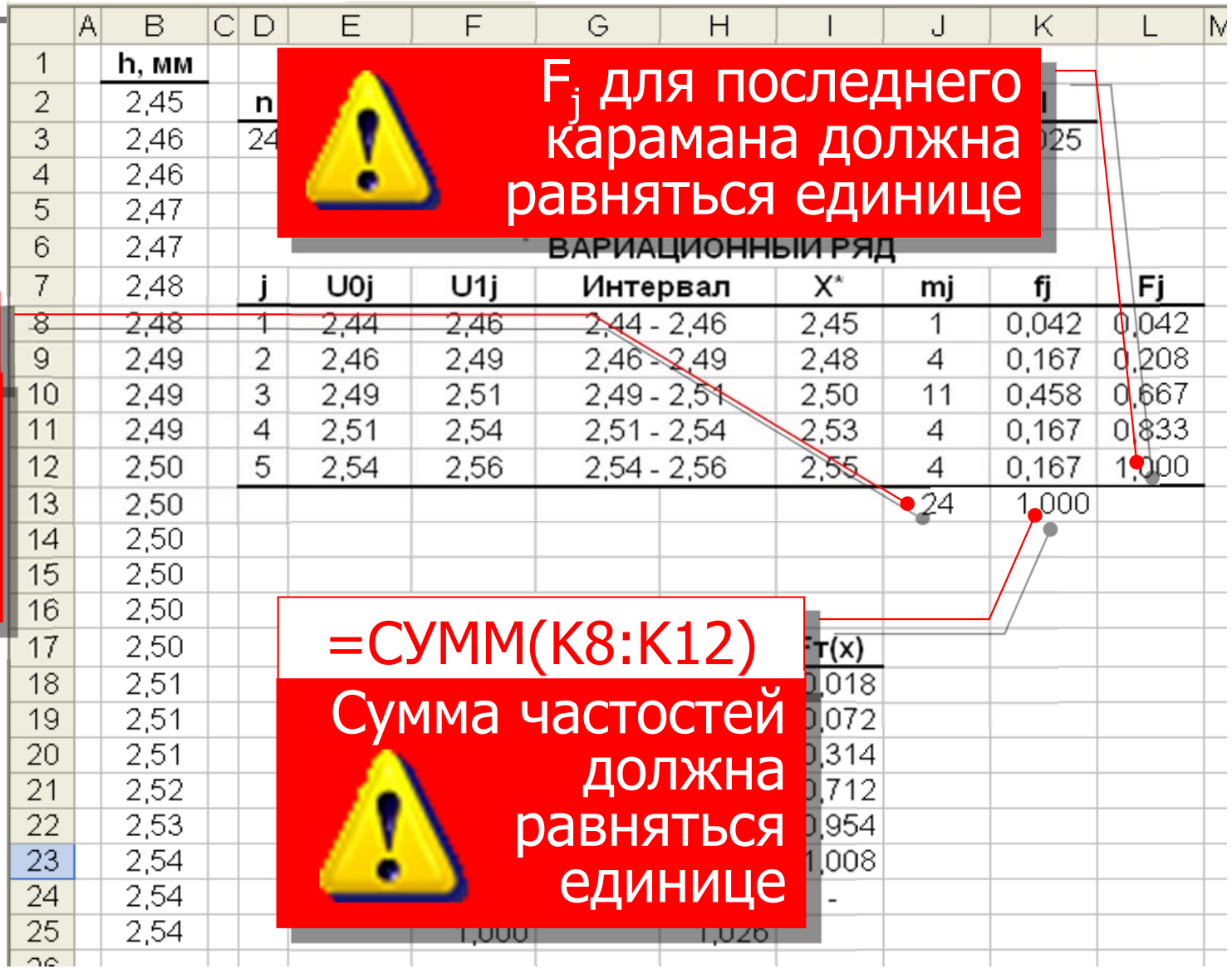
=J9/$D$3

=K8

=L8+K9

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | h, мм | | | | ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ | | | | | | | |
| 2 | | 2,45 | | n | k* | k | Xmin | Xmax | R | l* | l | | |
| 3 | | 2,46 | | 24 | 5,59 | 5 | 2,45 | 2,54 | 0,090 | 0,023 | 0,025 | | |
| 4 | | 2,46 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | 2,47 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | 2,47 | | | | | ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД | | | | | | |
| 7 | | 2,48 | | j | U0j | U1j | Интервал | | X* | mj | fj | Fj | |
| 8 | | 2,48 | | 1 | 2,44 | 2,46 | 2,44 - 2,46 | | 2,45 | 1 | 0,042 | 0,042 | |
| 9 | | 2,49 | | 2 | 2,46 | 2,49 | 2,46 - 2,49 | | 2,48 | 4 | 0,167 | 0,208 | |
| 10 | | 2,49 | | 3 | 2,49 | 2,51 | 2,49 - 2,51 | | 2,50 | 11 | 0,458 | 0,667 | |
| 11 | | 2,49 | | 4 | 2,51 | 2,54 | 2,51 - 2,54 | | 2,53 | 4 | 0,167 | 0,833 | |
| 12 | | 2,50 | | 5 | 2,54 | 2,56 | 2,54 - 2,56 | | 2,55 | 4 | 0,167 | 1,000 | |
| 13 | | 2,50 | | | | | | | | 24 | 1,000 | | |
| 14 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |
| | | | | | ГИСТОГРАММА И КУМУЛЯТА | | | | | | | | |
| | | | | | x | f(x) | F(x) | fт(x) | Fт(x) | | | | |
| 18 | | 2,51 | | | 2,44 | 0,000 | 0,000 | 0,018 | 0,018 | | | | |
| 19 | | 2,51 | | | 2,45 | 0,042 | 0,042 | 0,054 | 0,072 | | | | |
| 20 | | 2,51 | | | 2,48 | 0,167 | 0,208 | 0,242 | 0,314 | | | | |
| 21 | | 2,52 | | | 2,50 | 0,458 | 0,667 | 0,399 | 0,712 | | | | |
| 22 | | 2,53 | | | 2,53 | 0,167 | 0,833 | 0,242 | 0,954 | | | | |
| 23 | | 2,54 | | | 2,55 | 0,167 | 1,000 | 0,054 | 1,008 | | | | |
| 24 | | 2,54 | | | 2,56 | 0,000 | - | 0,018 | - | | | | |
| 25 | | 2,54 | | | | 1,000 | | 1,026 | | | | | |

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТ И РАСЧЕТ ЧАСТОСТЕЙ



| h, мм |
|---|
| 2,45 |
| 2,46 |
| 2,46 |
| 2,47 |
| 2,47 |
| 2,48 |
| 2,48 |
| 2,49 |
| 2,49 |
| 2,49 |
| 2,50 |
| 2,50 |
| 2,50 |
| 2,50 |
| 2,50 |
| 2,51 |
| 2,51 |
| 2,51 |
| 2,52 |
| 2,53 |
| 2,54 |
| 2,54 |
| 2,54 |

ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД

| j | U0j | U1j | Интервал | X* | mj | fj | Fj |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2,44 | 2,46 | 2,44 - 2,46 | 2,45 | 1 | 0,042 | 0,042 |
| 2 | 2,46 | 2,49 | 2,46 - 2,49 | 2,48 | 4 | 0,167 | 0,208 |
| 3 | 2,49 | 2,51 | 2,49 - 2,51 | 2,50 | 11 | 0,458 | 0,667 |
| 4 | 2,51 | 2,54 | 2,51 - 2,54 | 2,53 | 4 | 0,167 | 0,833 |
| 5 | 2,54 | 2,56 | 2,54 - 2,56 | 2,55 | 4 | 0,167 | 1,000 |
| | | | | | 24 | 1,000 | |

$F_j$ для последнего карамана должна равняться единице

=СУММ(J8:J12)

Сумма частот должна равняться объему выборки

=СУММ(K8:K12)

Сумма частостей должна равняться единице

# ГРАФИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

X – значение анализируемого параметра

f(x) – плотность распределения выборочная

F(x) – функция распределения выборочная

fт(x) – плотность распределения теоретическая

Fт(x) – функция распределения теоретическая

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | h, мм | | | | | ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ | | | | | | |
| 2 | | 2,45 | | n | k* | k | Xmin | Xmax | R | l* | l | | |
| 3 | | 2,46 | | 24 | 5,59 | 5 | 2,45 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | | |
| 4 | | 2,46 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | 2,47 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | 2,47 | | | | | ВАРИАЦ | | | | | | |
| 7 | | 2,48 | | j | U0j | U1j | Интер | | | | | | |
| 8 | | 2,48 | | 1 | 2,44 | 2,46 | 2,44 - [illegible] | | | | | | |
| 9 | | 2,49 | | 2 | 2,46 | 2,49 | 2,46 - [illegible] | | | | | | |
| 10 | | 2,49 | | 3 | 2,49 | 2,51 | 2,49 - [illegible] | | | | | | |
| 11 | | 2,49 | | 4 | 2,51 | 2,54 | 2,51 - [illegible] | | | | | | |
| 12 | | 2,50 | | 5 | 2,54 | 2,56 | 2,54 - 2,56 | | 2,55 | 4 | 0,167 | 1,000 | |
| 13 | | 2,50 | | | | | | | | 24 | 1,000 | | |
| 14 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |
| 15 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |
| 16 | | 2,50 | | | ГИСТОГРАММА И КУМУЛЯТА | | | | | | | | |
| 17 | | 2,50 | | | x | f(x) | F(x) | fт(x) | Fт(x) | | | | |
| 18 | | 2,51 | | | 2,44 | 0,000 | 0,000 | 0,018 | 0,018 | | | | |
| 19 | | 2,51 | | | 2,45 | 0,042 | 0,042 | 0,054 | 0,072 | | | | |
| 20 | | 2,51 | | | 2,48 | 0,167 | 0,208 | 0,242 | 0,314 | | | | |
| 21 | | 2,52 | | | 2,50 | 0,458 | 0,667 | 0,399 | 0,712 | | | | |
| 22 | | 2,53 | | | 2,53 | 0,167 | 0,833 | 0,242 | 0,954 | | | | |
| 23 | | 2,54 | | | 2,55 | 0,167 | 1,000 | 0,054 | 1,008 | | | | |
| 24 | | 2,54 | | | 2,56 | 0,000 | - | 0,018 | - | | | | |
| 25 | | 2,54 | | | | 1,000 | | 1,026 | | | | | |

ТАБЛИЦА ДАННЫХ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКОВ

# ГРАФИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | h, мм | | | | ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ | | | | | | | |
| 2 | | 2,45 | | n | k* | k | Xmin | | | | | | |
| 3 | | 2,46 | | 24 | 5,59 | 5 | 2,45 | | | | | | |
| 4 | | 2,46 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | 2,46 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | 2,46 | | | | | | | | | | | |
| 7 | | 2,46 | | | | | | | | | | | |
| 8 | | 2,49 | | 2 | 2,46 | 2,49 | 2,46 - 2,49 | | 2,48 | 4 | 0,167 | 0,208 | |
| 9 | | 2,49 | | 3 | 2,49 | 2,51 | 2,49 - 2,51 | | 2,50 | 11 | 0,458 | 0,667 | |
| 10 | | 2,49 | | 4 | 2,51 | 2,54 | 2,51 - 2,54 | | 2,53 | 4 | 0,167 | 0,833 | |
| 11 | | 2,49 | | 5 | 2,54 | 2,56 | 2,54 - 2,56 | | 2,55 | 4 | 0,167 | 1,000 | |
| 12 | | 2,50 | | | | | | | | 24 | 1,000 | | |
| 13 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |
| 14 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |
| 15 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |
| 16 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |
| 17 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |
| 18 | | 2,51 | | | | | | | | | | | |
| 19 | | 2,51 | | | | | | | | | | | |
| 20 | | 2,51 | | | | | | | | | | | |
| 21 | | 2,52 | | | | | | | | | | | |
| 22 | | 2,53 | | | | | | | | | | | |
| 23 | | 2,54 | | | | | | | | | | | |
| 24 | | 2,54 | | | | | | | | | | | |
| 25 | | 2,54 | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | | | | | | |
| 21 | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | | | | | | | | | | | | | |
| 23 | | | | | | | | | | | | | |
| 24 | | | | | | | | | | | | | |
| 25 | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | | | | | | |
| 21 | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | | | | | | | | | | | | | |
| 23 | | | | | | | | | | | | | |
| 24 | | | | | | | | | | | | | |
| 25 | | | | | | | | | | | | | |

ЫЙ РЯД

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | |

# ГРАФИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

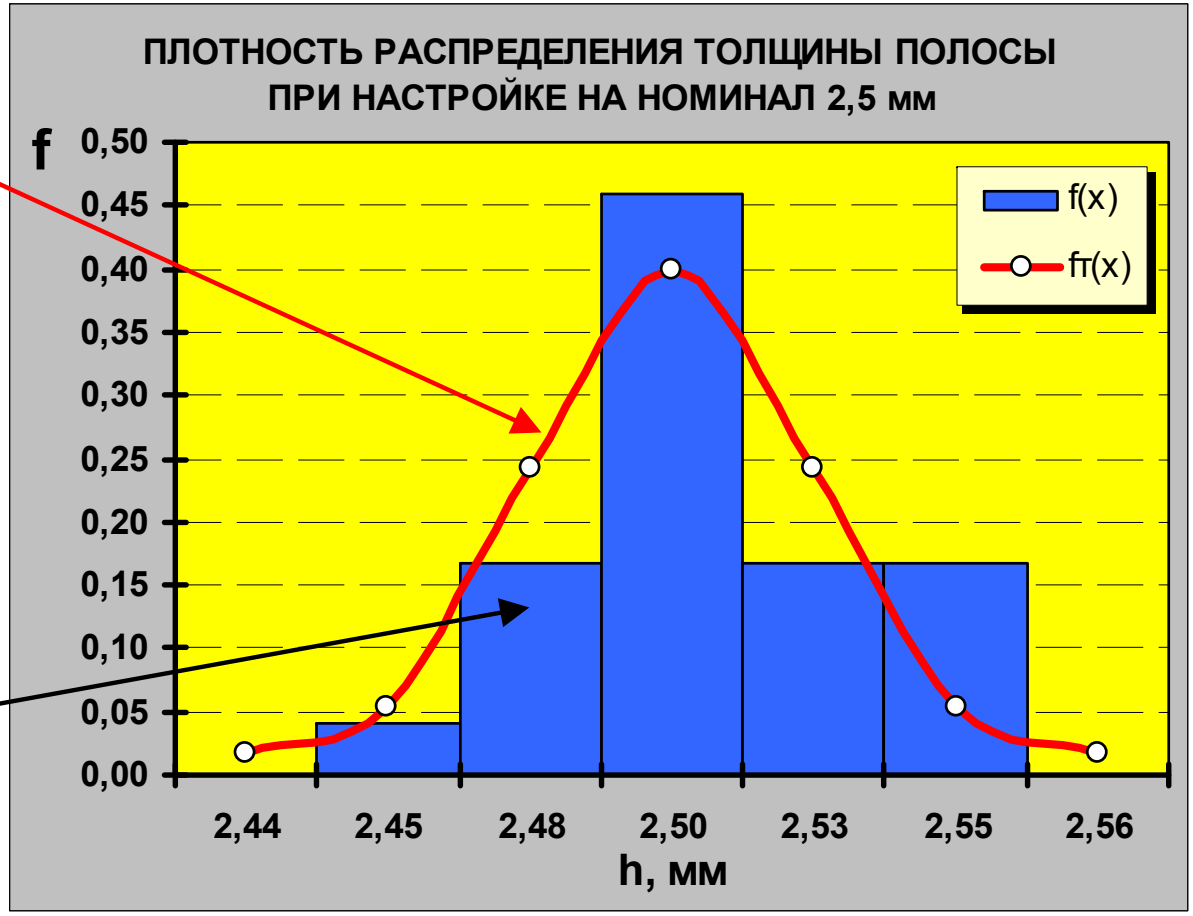
Применить диаграмму типа «График-гистограмма»

Торетическое распределение отображено сглаженной линией

| | |
|---|---|
| Имя ряда | «fт(X)» |
| Значения | H18:H24 |
| Подписи оси X | E18:E24 |

Выборочное распределение отображено гистограммой

| | |
|---|---|
| Имя ряда | «f(X)» |
| Значения | F18:F24 |
| Подписи оси X | E18:E24 |



# ГРАФИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ФУНКЦИИ РАСПЕДЕЛЕНИЯ

Выборочное распределение отображено ломаной линией

| | |
|---|---|
| Имя ряда | «F(X)» |
| Значения | G18:F23 |
| Подписи оси X | E18:E23 |

Применить диаграмму типа «Точечная»

Теоретическое распределение отображено сглаженной линией

| | |
|---|---|
| Имя ряда | «Fт(X)» |
| Значения | I18:I23 |
| Подписи оси X | E18:E23 |

# ВНЕШНИЕ ПРИЗНАКИ КАЧЕСТВА ВАРИАЦИОННОГО РЯДА

# СООТНОШЕНИЕ ПРАВОЙ ГРАНИЦЫ ПОСЛЕДНЕГО КАРМАНА И Xmax

**ДАННЫЙ ВАРИАНТ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА ОТОБРАЖАЕТ ЛИШЬ ЧАСТЬ ИНТЕРВАЛА ВАРЬИРОВАНИЯ АНАЛИЗИРУЕМОГО ПАРАМЕТРА.**

**НЕОБХОДИМО УВЕЛИЧИТЬ ДЛИНУ КАРМАНА**

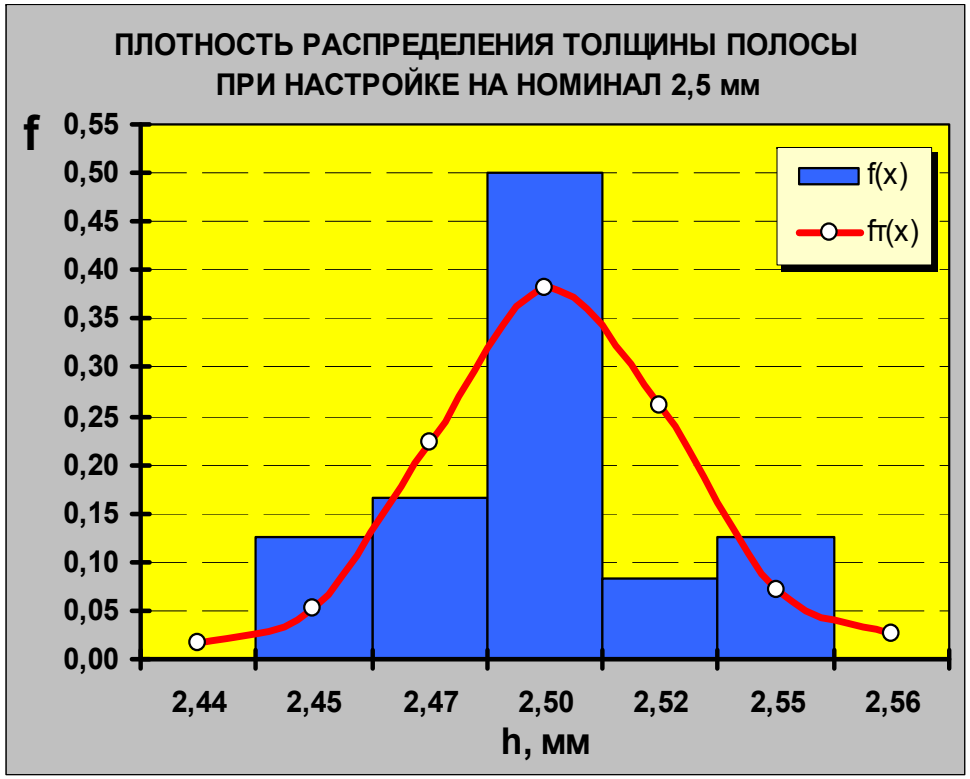
ВВЕСТИ БОЛЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ

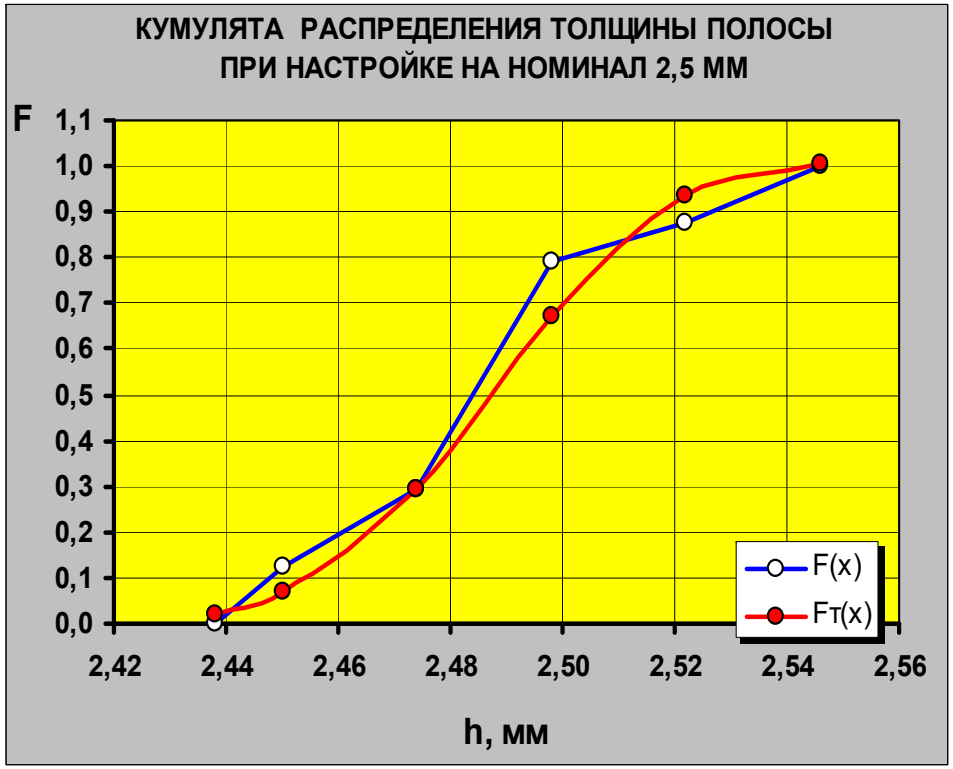
| n | k* | k | Xmin | Xmax | R | l* | l |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 24 | 5,59 | 5 | 2,45 | 2,54 | 0,090 | 0,023 | 0,018 |

| j | U0j | U1j | Интервал | Fj |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2,44 | 2,46 | 2,44 - | 0,042 |
| 2 | 2,46 | 2,48 | 2,46 - | |
| 3 | 2,48 | 2,50 | 2,48 - 2,5 | ,292 |
| 4 | 2,50 | 2,51 | 2,50 - | 0,667 |
| 5 | 2,51 | 2,53 | 2,51 | 1,000 |

ПРАВАЯ ГРАНИЦА ПОСЛЕДНЕГО КАРМАНА МЕНЬШЕ Xmax

# ФОРМА ГИСТОГРАММЫ И КУМУЛЯТЫ



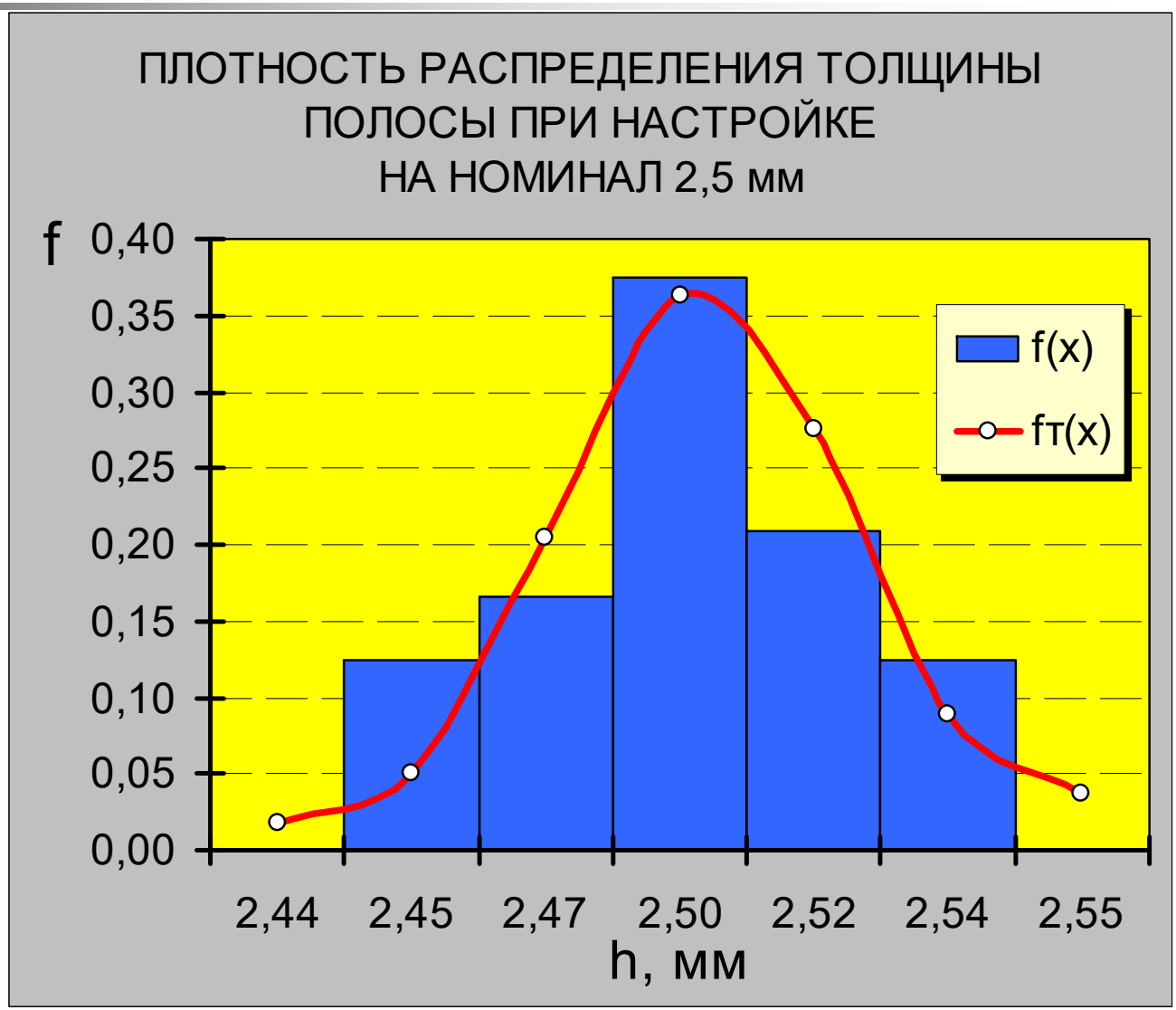



# УЛУЧШЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА ИЗМЕНЕНИЕМ ГРАНИЦ КАРМАНОВ

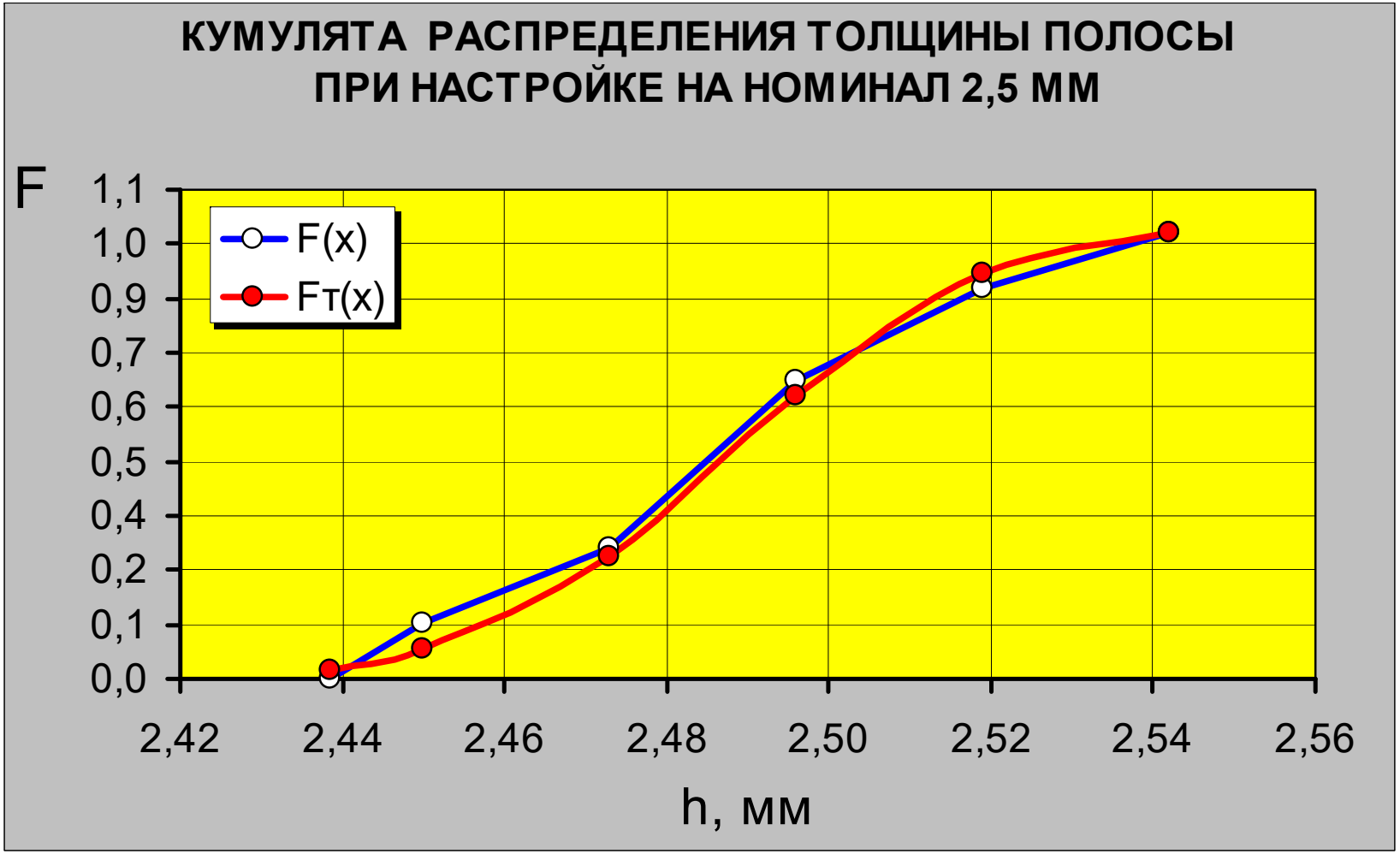
| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | h, мм | | ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ | | | | | | | | | |
| 2 | | 2,45 | | n | k* | k | Xmin | Xmax | R | l* | l | | |
| 3 | | 2,46 | | 24 | 5,59 | 5 | 2,45 | 2,54 | 0,090 | 0,023 | 0,023 | | |
| 4 | | 2,46 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | 2,47 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | 2,47 | | ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД | | | | | | | | | |
| 7 | | 2,48 | | j | U0j | U1j | Интервал | | X* | mj | fj | Fj | |
| 8 | | 2,48 | | 1 | 2,44 | 2,46 | 2,44 - 2,46 | | 2,45 | 3 | 0,125 | 0,125 | |
| 9 | | 2,49 | | 2 | 2,46 | 2,48 | 2,46 - 2,48 | | 2,47 | 4 | 0,167 | 0,292 | |
| 10 | | 2,49 | | 3 | 2,48 | 2,51 | 2,48 - 2,51 | | 2,50 | 9 | 0,375 | 0,667 | |
| 11 | | 2,49 | | 4 | 2,51 | 2,53 | 2,51 - 2,53 | | 2,52 | 5 | 0,208 | 0,875 | |
| 12 | | 2,50 | | 5 | 2,53 | 2,55 | 2,53 - 2,55 | | 2,54 | 3 | 0,125 | 1,000 | |
| 13 | | 2,50 | | | | | | | | 24 | 1,000 | | |
| 14 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |

=ЧАСТОТА(B2:B25; F8:F11)

# НОВАЯ ГИСТОГРАММА



# НОВАЯ КУМУЛЯТА

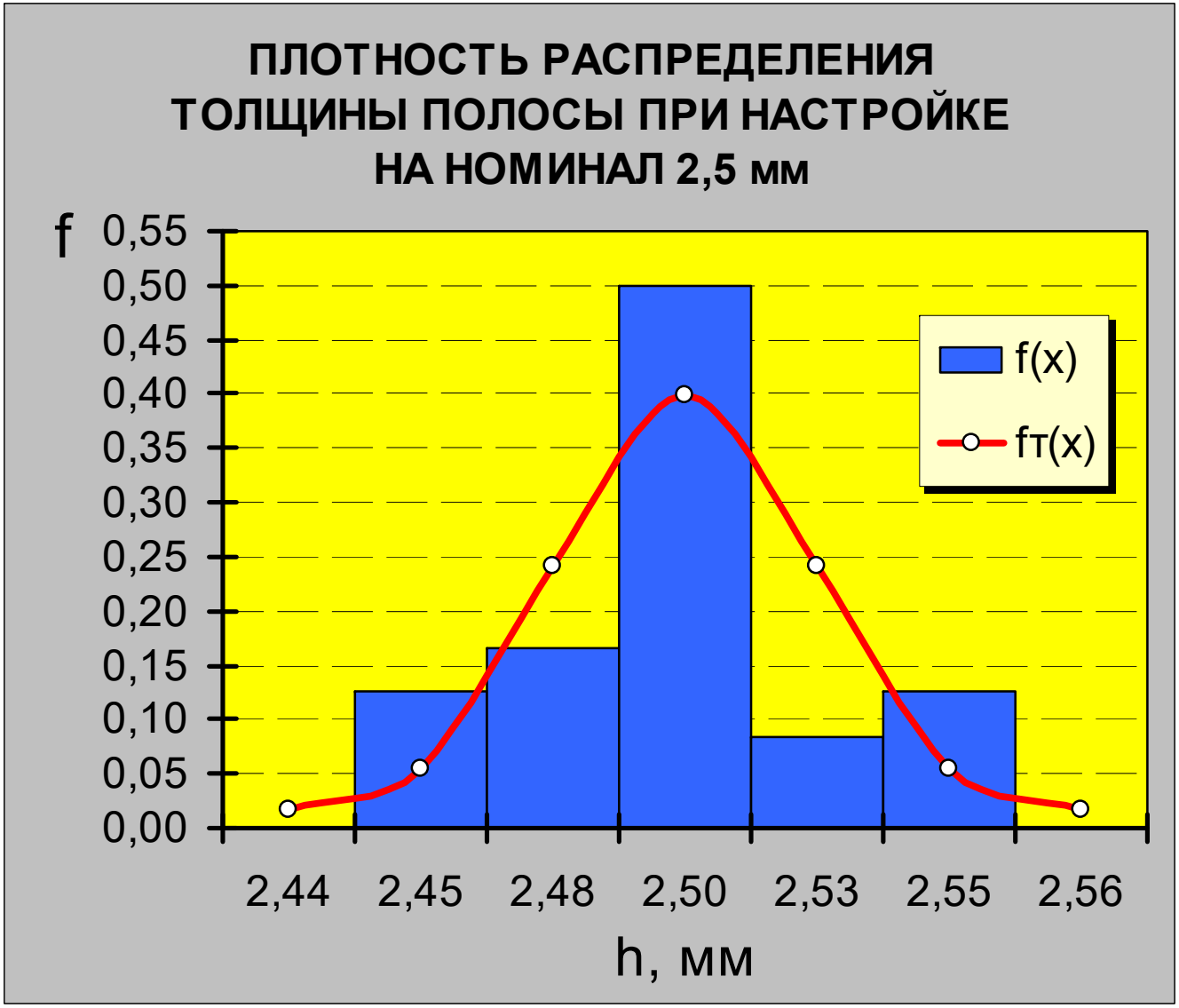


# УЛУЧШЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА ИЗМЕНЕНИЕМ ДЛИНЫ КАРМАНА

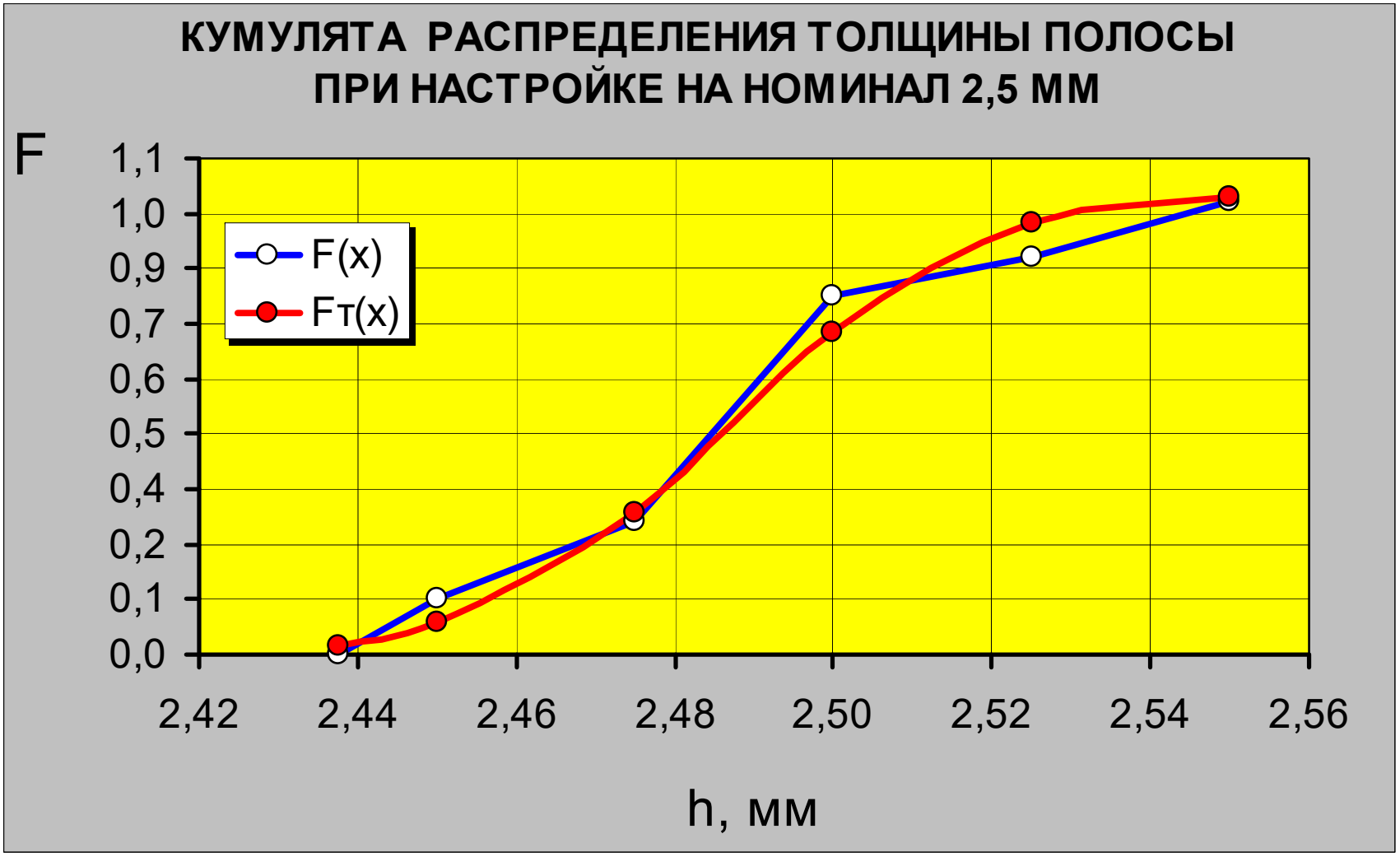
| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | h, мм | | ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ | | | | | | | | | |
| 2 | | 2,45 | | n | k* | k | Xmin | Xmax | R | l* | l | | |
| 3 | | 2,46 | | 24 | 5,59 | 5 | 2,45 | 2,54 | 0,090 | 0,023 | 0,025 | | |
| 4 | | 2,46 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | 2,47 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | 2,47 | | ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД | | | | | | | | | |
| 7 | | 2,48 | | j | U0j | U1j | Интервал | | X* | mj | fj | Fj | |
| 8 | | 2,48 | | 1 | 2,44 | 2,46 | 2,44 - 2,46 | | 2,45 | 3 | 0,125 | 0,125 | |
| 9 | | 2,49 | | 2 | 2,46 | 2,49 | 2,46 - 2,49 | | 2,48 | 4 | 0,167 | 0,292 | |
| 10 | | 2,49 | | 3 | 2,49 | 2,51 | 2,49 - 2,51 | | 2,50 | 12 | 0,500 | 0,792 | |
| 11 | | 2,49 | | 4 | 2,51 | 2,54 | 2,51 - 2,54 | | 2,53 | 2 | 0,083 | 0,875 | |
| 12 | | 2,50 | | 5 | 2,54 | 2,56 | 2,54 - 2,56 | | 2,55 | 3 | 0,125 | 1,000 | |
| 13 | | 2,50 | | | | | | | | 24 | 1,000 | | |
| 14 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |

=ЧАСТОТА(B2:B25; F8:F11)

# НОВАЯ ГИСТОГРАММА



# НОВАЯ КУМУЛЯТА

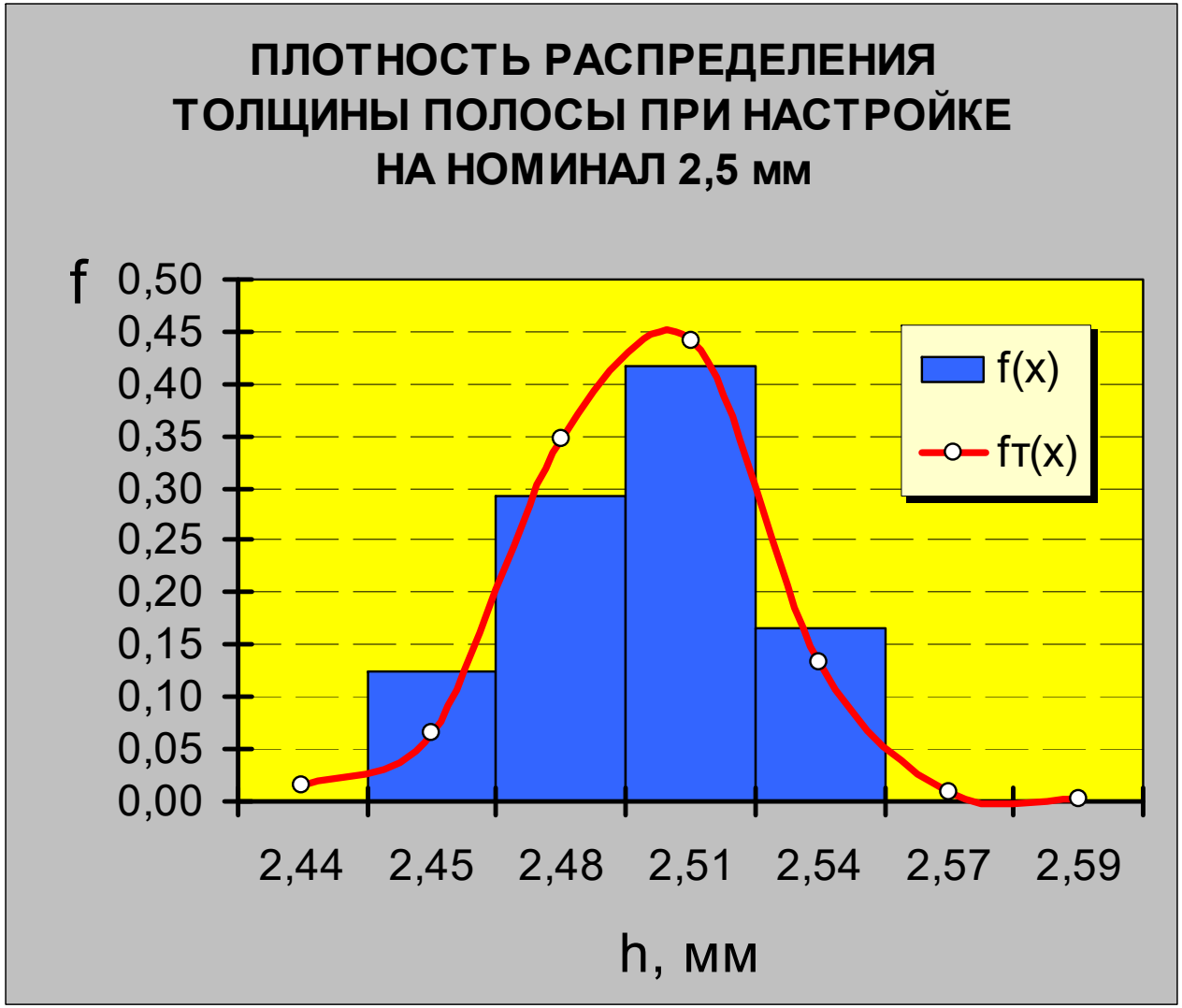


# УЛУЧШЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА ИЗМЕНЕНИЕМ ДЛИНЫ КАРМАНА

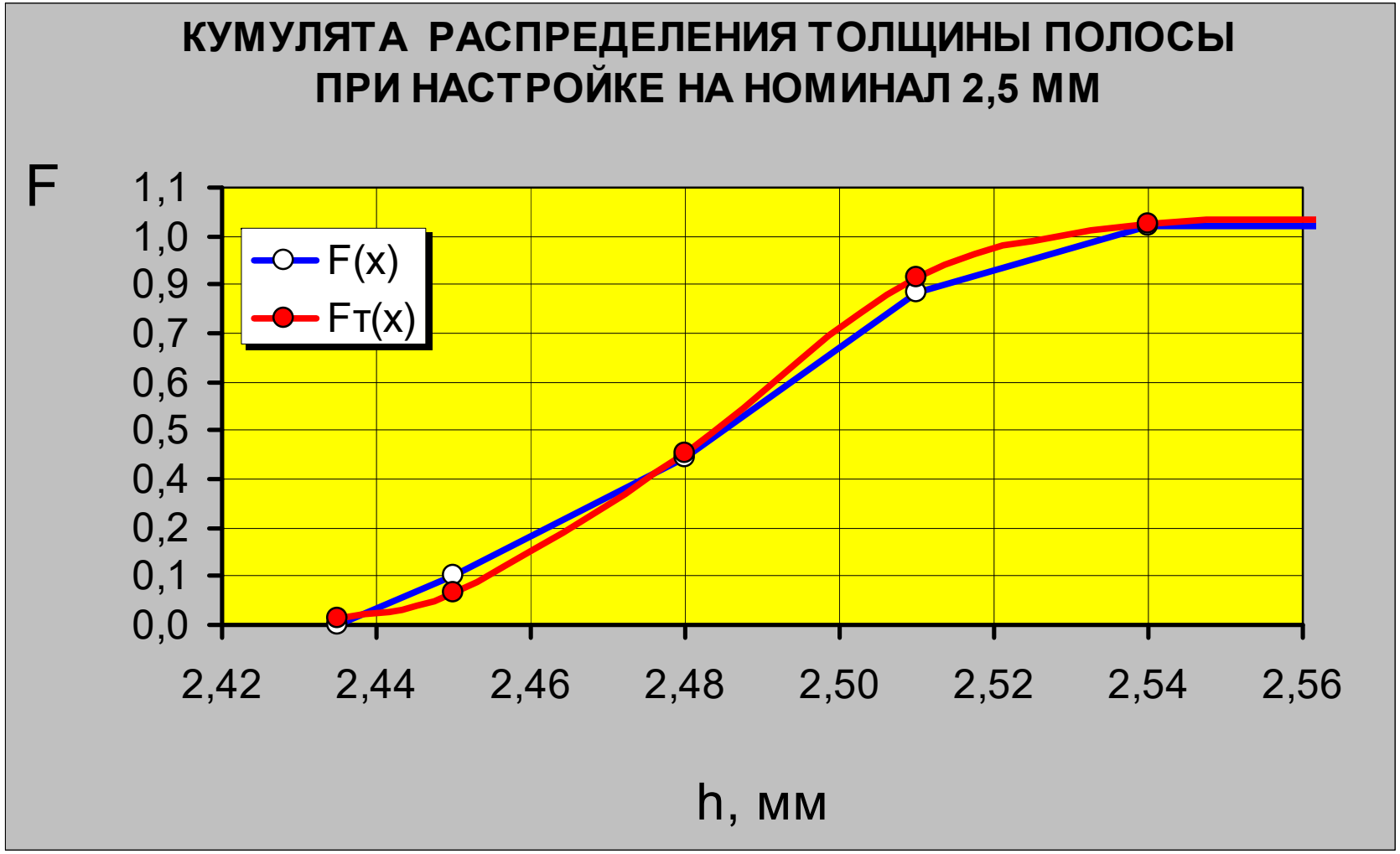
| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | h, мм | | ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ | | | | | | | | | |
| 2 | | 2,45 | | n | k* | k | Xmin | Xmax | R | l* | l | | |
| 3 | | 2,46 | | 24 | 5,59 | 5 | 2,45 | 2,54 | 0,090 | 0,023 | 0,030 | | |
| 4 | | 2,46 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | 2,47 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | 2,47 | | ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД | | | | | | | | | |
| 7 | | 2,48 | | j | U0j | U1j | Интервал | | X* | mj | fj | Fj | |
| 8 | | 2,48 | | 1 | 2,44 | 2,47 | 2,44 - 2,47 | | 2,45 | 3 | 0,125 | 0,125 | |
| 9 | | 2,49 | | 2 | 2,47 | 2,50 | 2,47 - 2,50 | | 2,48 | 7 | 0,292 | 0,417 | |
| 10 | | 2,49 | | 3 | 2,50 | 2,53 | 2,50 - 2,53 | | 2,51 | 10 | 0,417 | 0,833 | |
| 11 | | 2,49 | | 4 | 2,53 | 2,56 | 2,53 - 2,56 | | 2,54 | 4 | 0,167 | 1,000 | |
| 12 | | 2,50 | | 5 | 2,56 | 2,59 | 2,56 - 2,59 | | 2,57 | 0 | 0,000 | 1,000 | |
| 13 | | 2,50 | | | | | | | | 24 | 1,000 | | |
| 14 | | 2,50 | | | | | | | | | | | |

=ЧАСТОТА(B2:B25; F8:F11)

# НОВАЯ ГИСТОГРАММА



# НОВАЯ КУМУЛЯТА

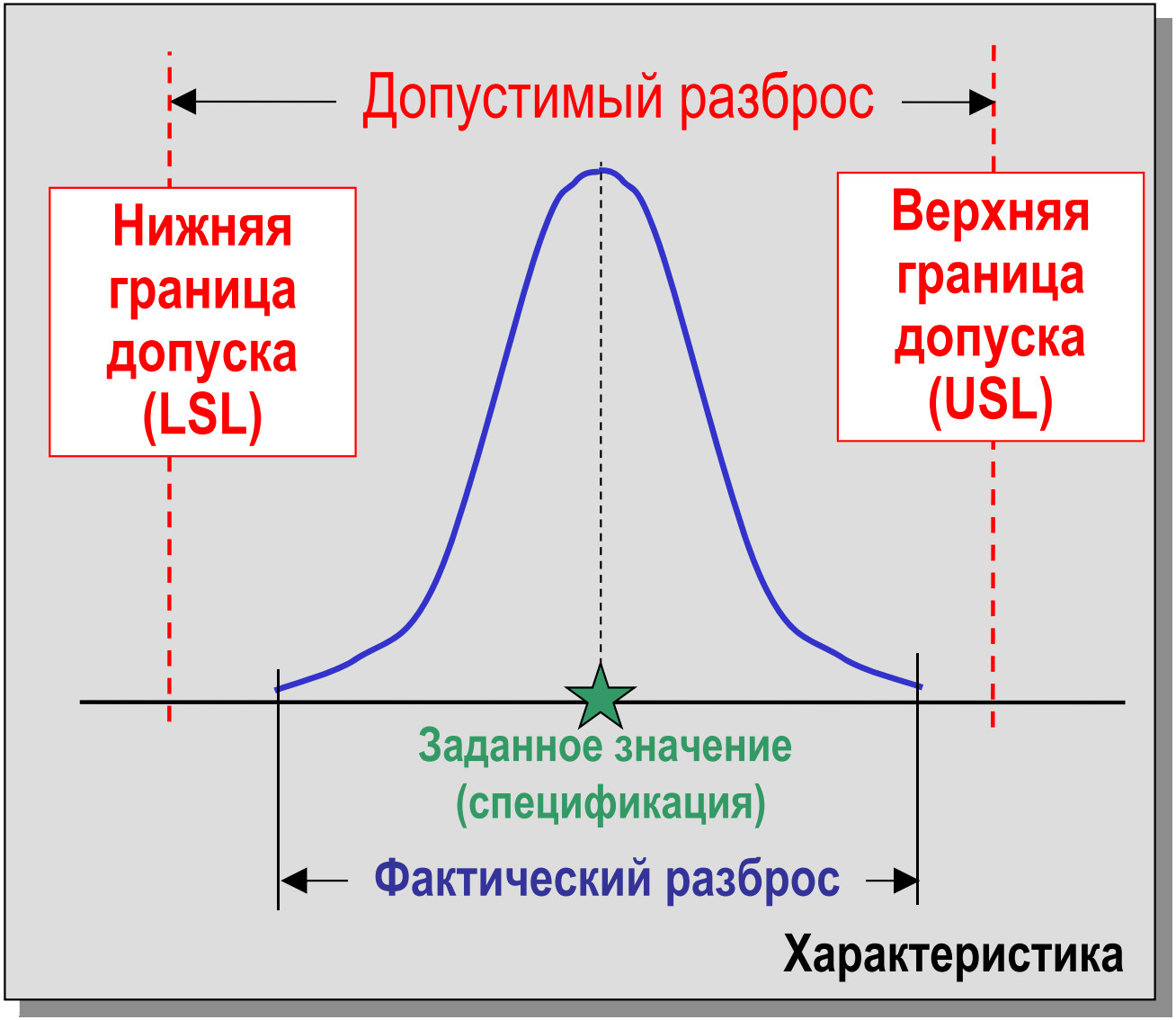


# ПРИМЕНЕНИЕ ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОЦЕССА

# СОСТОЯНИЕ ПРОЦЕССА (ПРИМЕР 1)

- Фактический разброс меньше допустимого
- Отклонение от спецификации отсутствует

**ПОТЕРЯ КАЧЕСТВА НЕ НАБЛЮДАЕТСЯ**

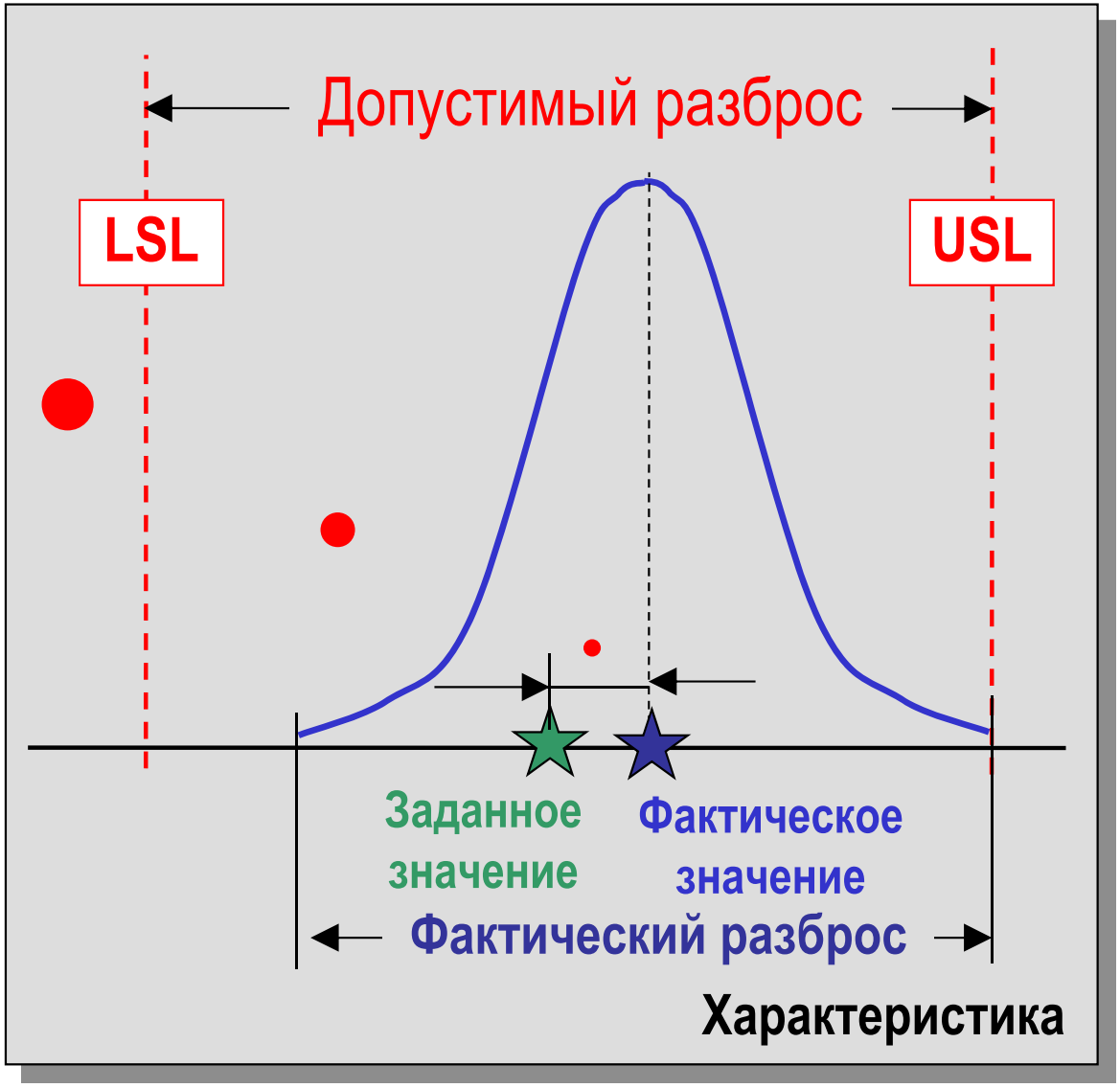


# СОСТОЯНИЕ ПРОЦЕССА (ПРИМЕР 2)

ОТКЛОНЕНИЕ ОТ ЗАДАННОЙ СПЕЦИФИКАЦИИ

- Наблюдается отклонение фактического значения от заданного
- Фактический разброс не выходит за пределы допустимого

**ТЕНДЕНЦИЯ К ПОТЕРЕ КАЧЕСТВА**

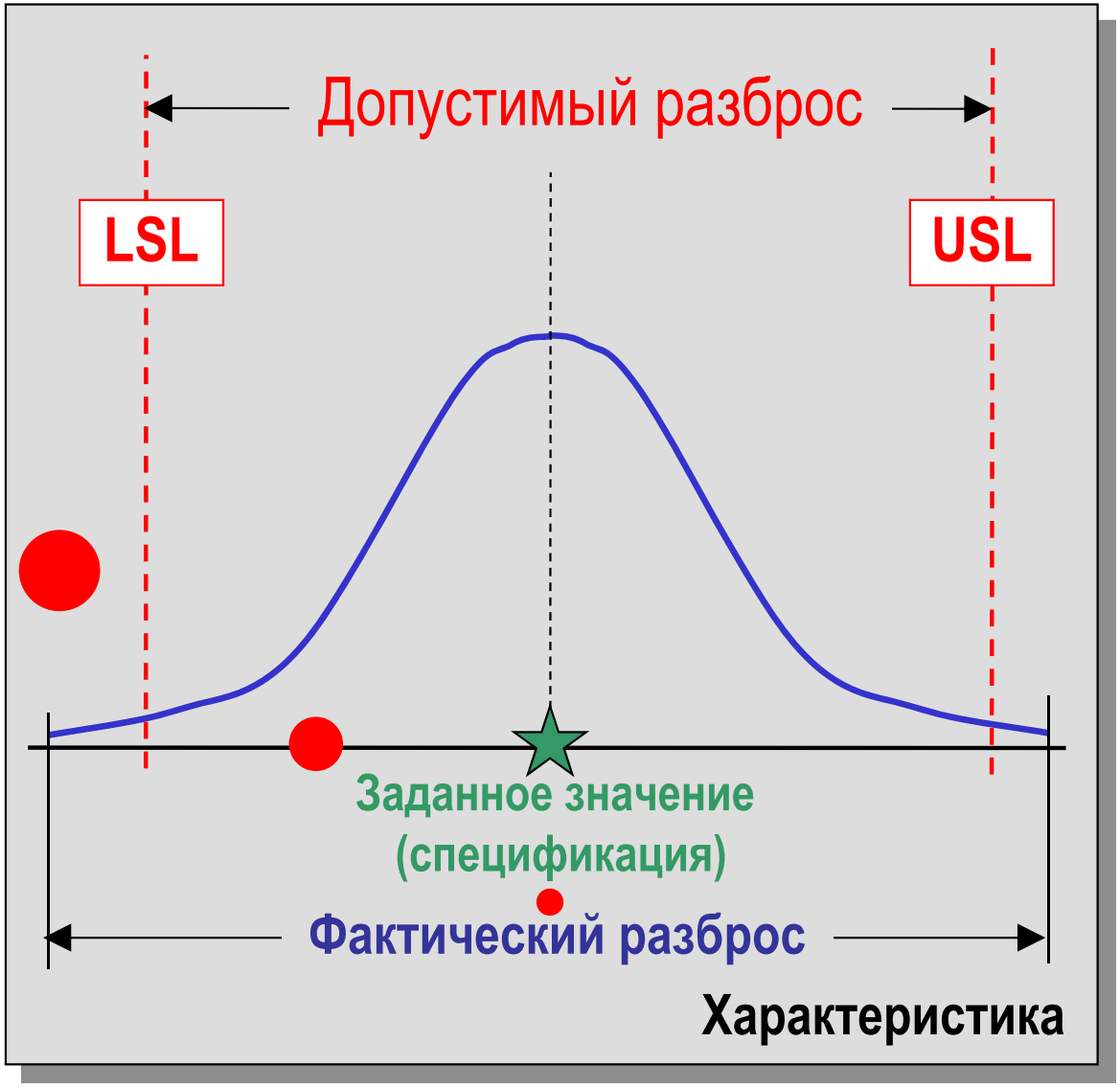


# СОСТОЯНИЕ ПРОЦЕССА (ПРИМЕР 3)

СЛИШКОМ БОЛЬШОЙ РАЗБРОС ОТНОСИТЕЛЬНО СПЕЦИФИКАЦИИ

- Отклонение от заданной спецификации отсутствует
- Фактический разброс больше допустимого

**ПРОИЗОШЛА ПОТЕРЯ КАЧЕСТВА**



# ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ КАЧЕСТВА ПРОЦЕССА

# Распределение какого параметра было построено?

Построено выборочное распределение толщины горячекатаной полосы шириной 1350 мм при настройке процесса прокатки на номинал 2,5 мм повышенной точности (группа А)

# ЧЕМУ РАВНЫ ДОПУСТИМЫЕ ОТКЛОНЕНИЯ АНАЛИЗИРУЕМОГО ПАРАМЕТРА?

- Допустимые отклонения толщины горячекатаной полосы установлены ГОСТ 19903:

$$\delta_h = \pm 0{,}18 \text{ мм}$$

# ЧЕМУ РАВНЫ ГРАНИЦЫ ДОПУСКА?

- Нижняя граница допуска:

  $LSL = h_{ном} - \delta_h = 2{,}5 - 0{,}18 = 2{,}32$ мм.

- Верхняя граница допуска:

  $USL = h_{ном} + \delta_h = 2{,}5 + 0{,}18 = 2{,}68$ мм.

# ЧЕМУ РАВНЫ ФАКТИЧЕСКИЙ И ДОПУСТИМЫЙ РАЗБРОС?

- Фактический разброс толщины $R=x_{max}-x_{min}=2,54-2,45=0,09$ мм.
- Допустимый разброс толщины (поле допуска) $\Delta_h=USL-LSL=2,68-2,32=0,36$ мм.

# ЧТО СЛЕДУЕТ ИЗ НАБЛЮДАЕМОГО СООТНОШЕНИЯ ФАКТИЧЕСКОГО И ДОПУСТИМОГО РАЗБРОСА?

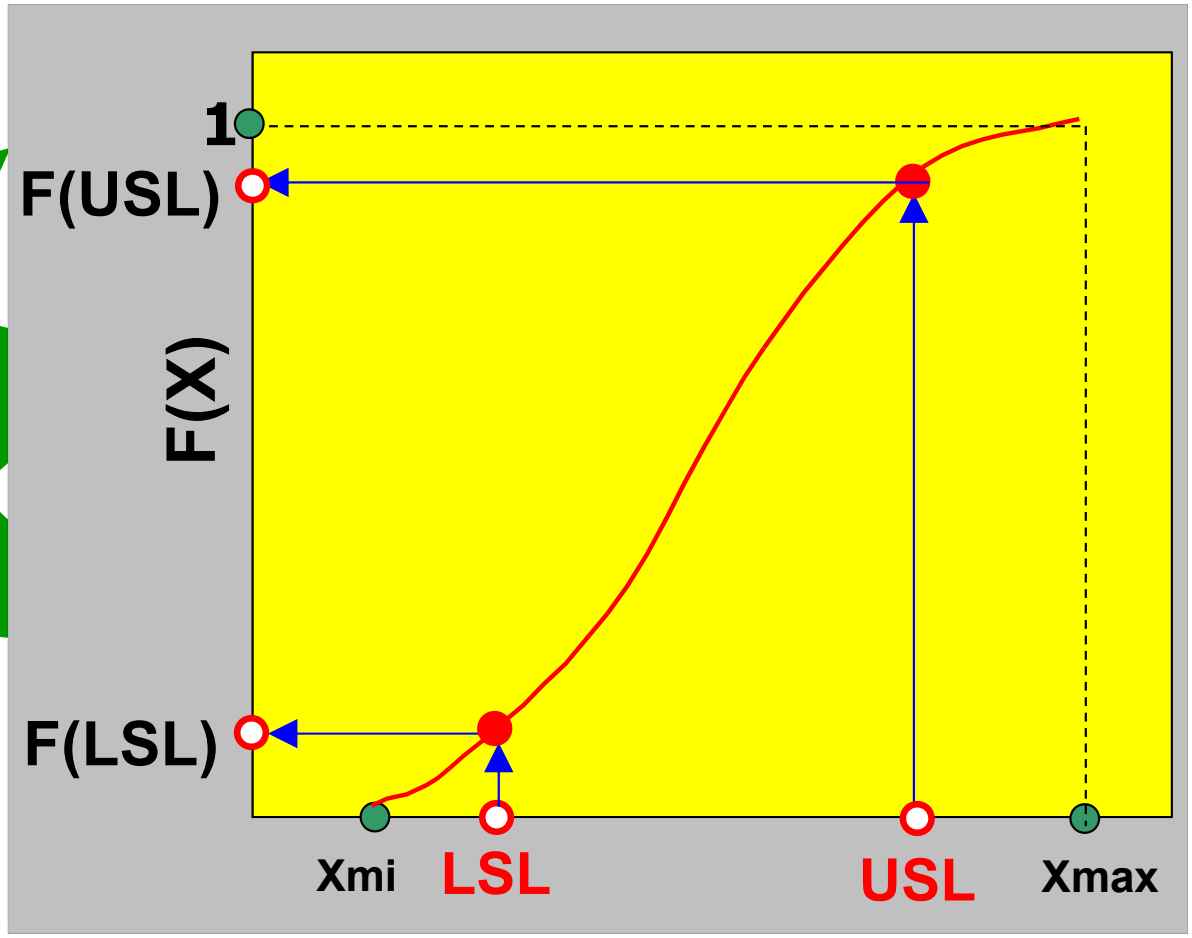
- Так как фактический разброс толщины меньше допустимого, процесс прокатки обеспечивает получение продукции заданного качества по толщине.

# КАКОЙ ВЫХОД ГОДНОЙ ПРОДУКЦИИ?

- Так как фактический разброс толщины меньше допустимого, выход годного по толщине равен 100%

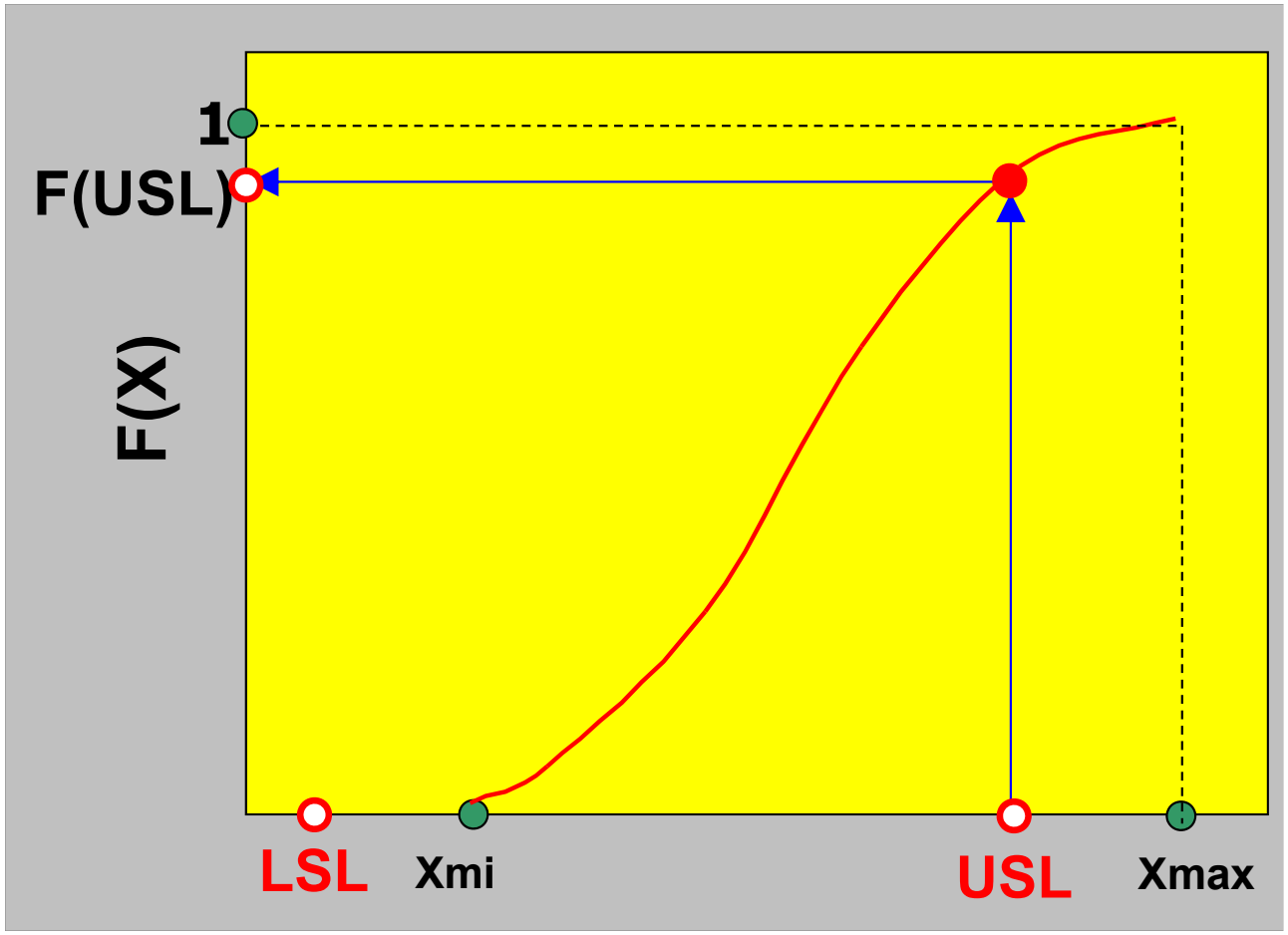
# КАК ОПРЕДЕЛИТЬ ВЫХОД ГОДНОГО, ЕСЛИ ФАКТИЧЕСКИЙ РАЗБРОС БОЛЬШЕ ДОПУСТИМОГО?

Неободимо применить функцию распределения (кумулятивную кривую)



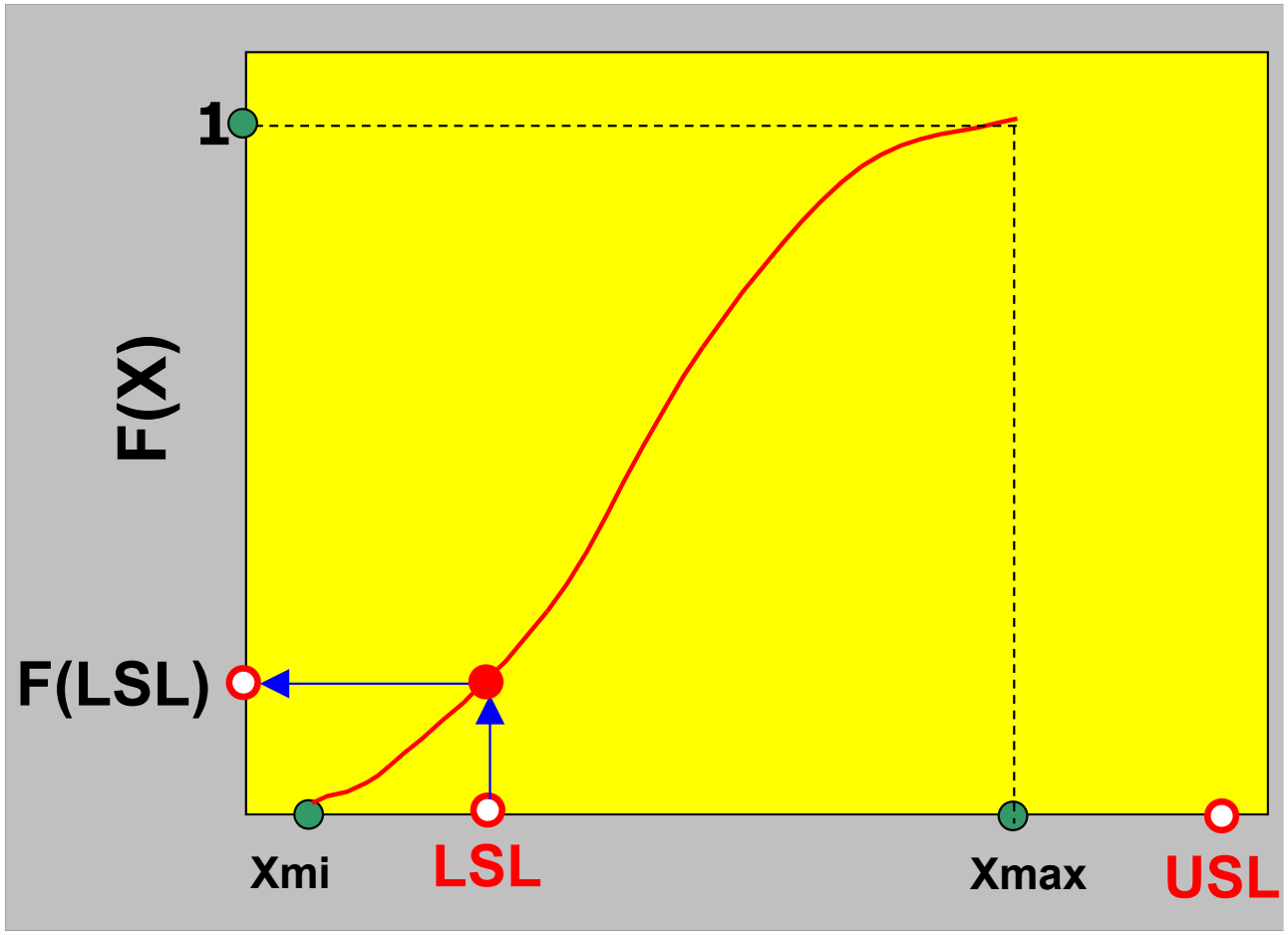

$$Q=100x[F(USL)-F(LSL)],\ \%$$

# КАК ОПРЕДЕЛИТЬ ВЫХОД ГОДНОГО, ЕСЛИ Xmax > USL?




Q=100xF(USL), %

# КАК ОПРЕДЕЛИТЬ ВЫХОД ГОДНОГО, ЕСЛИ Xmin < LSL?




Q=100x[1-F(LSL)], %

# РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА


1. Румянцев М.И., Левандовский С.А., Ручинская Н.А., Черкасов К.Е., Логинов А.В. Статистические методы обработки и анализа числовой информации, контроля и управления качеством проката: Учебное пособие, 2-е изд., перераб. и доп. Магнитогорск, МГТУ, 2014. 262 с.
2. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул: Учебн. пособие для втузов, 2-е изд., перераб. и доп. М., Высш. шк . , 1988. 239 с.
3. Минько А.А. Статистический анализ в MS Excel. М., Изд. дом «Вильямс», 2004. 448 с.
4. Румянцев М.И. Обработка и анализ выборки. Магнитогорск, МГТУ, 2003.