

Среднее значение — собирательное название способов вычисления среднего из множества чисел.

К ним относятся:

- среднее **арифметическое**;
- среднее **гармоническое**;
- среднее **геометрическое**;
- среднее медианное;
- и т.д.

В качестве усовершенствованного способа вычисления среднего арифметического используют среднее взвешенное.

В теории вероятностей применяется также среднее значение случайной величины, которое называется её математическим ожиданием.

**Среднее степени  $d$**  набора положительных вещественных чисел определяется как

$$A_d(x_1, \dots, x_n) = \left( \frac{x_1^d + \dots + x_n^d}{n} \right)^{1/d}$$

Средние степеней 1, 0 и -1 имеют собственные имена:

$$A_1(x_1, \dots, x_n) = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \text{ называется средним арифметическим;}$$

$$A_0(x_1, \dots, x_n) = \left( x_1 \cdot \dots \cdot x_n \right)^{1/n} \text{ называется средним геометрическим;}$$

$$A_{-1}(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{\frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n}} \text{ называется средним гармоническим.}$$

### Неравенство о средних

Неравенство о средних утверждает, что для  $d_1 > d_2$

$$A_{d_1}(x_1, \dots, x_n) \geq A_{d_2}(x_1, \dots, x_n),$$

причем равенство достигается только в случае равенства всех аргументов  $x_1 = \dots = x_n$ .

Для доказательства неравенства о средних достаточно показать, что частная производная  $A_d(x_1, \dots, x_n)$  по  $d$  неотрицательна и обращается в ноль только при  $x_1 = \dots = x_n$ .

### Неравенство о среднем арифметическом, геометрическом и гармоническом

Частным случаем неравенства о средних является неравенство о среднем арифметическом, геометрическом и гармоническом

$$\max\{x_1, \dots, x_n\} \geq \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \geq (x_1 \cdot \dots \cdot x_n)^{1/n} \geq \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n}} \geq \min\{x_1, \dots, x_n\},$$

где каждое из равенств достигается только при  $x_1 = \dots = x_n$ .

**Среднее взвешенное** набора вещественных чисел  $x_1, \dots, x_n$  с вещественными весами  $w_1, \dots, w_n$  определяется как

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n (w_i * x_i)}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

В том случае, если все веса равны между собой, среднее взвешенное будет равно среднему арифметическому. Существуют также взвешенные версии среднего геометрического и среднего гармонического.

## МОДА, МЕДИАНА