Среднее значение — собирательное название способов вычисления среднего из множества чисел.
К ним относятся:

- среднее **арифметическое**;
- среднее **гармоническое**;
- среднее **геометрическое**;
- среднее медианное;
- и т.д.

В качестве усовершенствованного способа вычисления среднего арифметического используют среднее взвешенное.

В теории вероятностей применяется также среднее значение случайной величины, которое называется её математическим ожиданием.

Среднее степени d набора положительных вещественных чисел определяется как

$$A_d(x_1, \ldots, x_n) = \left(\frac{x_1^d + \ldots + x_n^d}{n}\right)^{1/d}$$

Средние степеней 1, 0 и -1 имеют собственные имена:

$A_1(x_1, \ldots, x_n) = \dfrac{x_1 + \ldots + x_n}{n}$ называется средним арифметическим;

$A_0(x_1, \ldots, x_n) = (x_1 \cdot \ldots \cdot x_n)^{1/n}$ называется средним геометрическим;

$A_{-1}(x_1, \ldots, x_n) = \dfrac{n}{\frac{1}{x_1} + \ldots + \frac{1}{x_n}}$ называется средним гармоническим.

Неравенство о средних

Неравенство о средних утверждает, что для d1 > d2

$$A_{d_1}(x_1, \ldots, x_n) \geq A_{d_2}(x_1, \ldots, x_n),$$

причем равенство достигается только в случае равенства всех аргументов $x_1 = \ldots = x_n$.

Для доказательства неравенства о средних достаточно показать, что частная производная $A_d(x_1, \ldots, x_n)$ по d неотрицательна и обращается в ноль только при $x_1 = \ldots = x_n$.

Неравенство о среднем арифметическом, геометрическом и гармоническом

Частным случаем неравенства о средних является неравенство о среднем арифметическом, геометрическом и гармоническом

$$\max\{x_1, \ldots, x_n\} \geq \frac{x_1 + \ldots + x_n}{n} \geq (x_1 \cdot \ldots \cdot x_n)^{1/n} \geq \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \ldots + \frac{1}{x_n}} \geq \min\{x_1, \ldots, x_n\},$$

где каждое из равенств достигается только при $x_1 = \ldots = x_n$.

Среднее взвешенное набора вещественных чисел $x_1, \ldots, x_n$ с вещественными весами $w_1, \ldots, w_n$ определяется как

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

В том случае, если все веса равны между собой, среднее взвешенное будет равно среднему арифметическому. Существуют также взвешенные версии среднего геометрического и среднего гармонического.

МОДА, МЕДИАНА