ОБРАБОТКА И АНАЛИЗ ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

ВЫБОРОЧНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ВАРИАЦИИ ПАРАМЕТРА

©Румянцев Михаил Игоревич,
профессор, канд. техн. наук

Кафедра технологий обработки материалов, ФГБОУ ВО МГТУ

ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД ИЗУЧЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

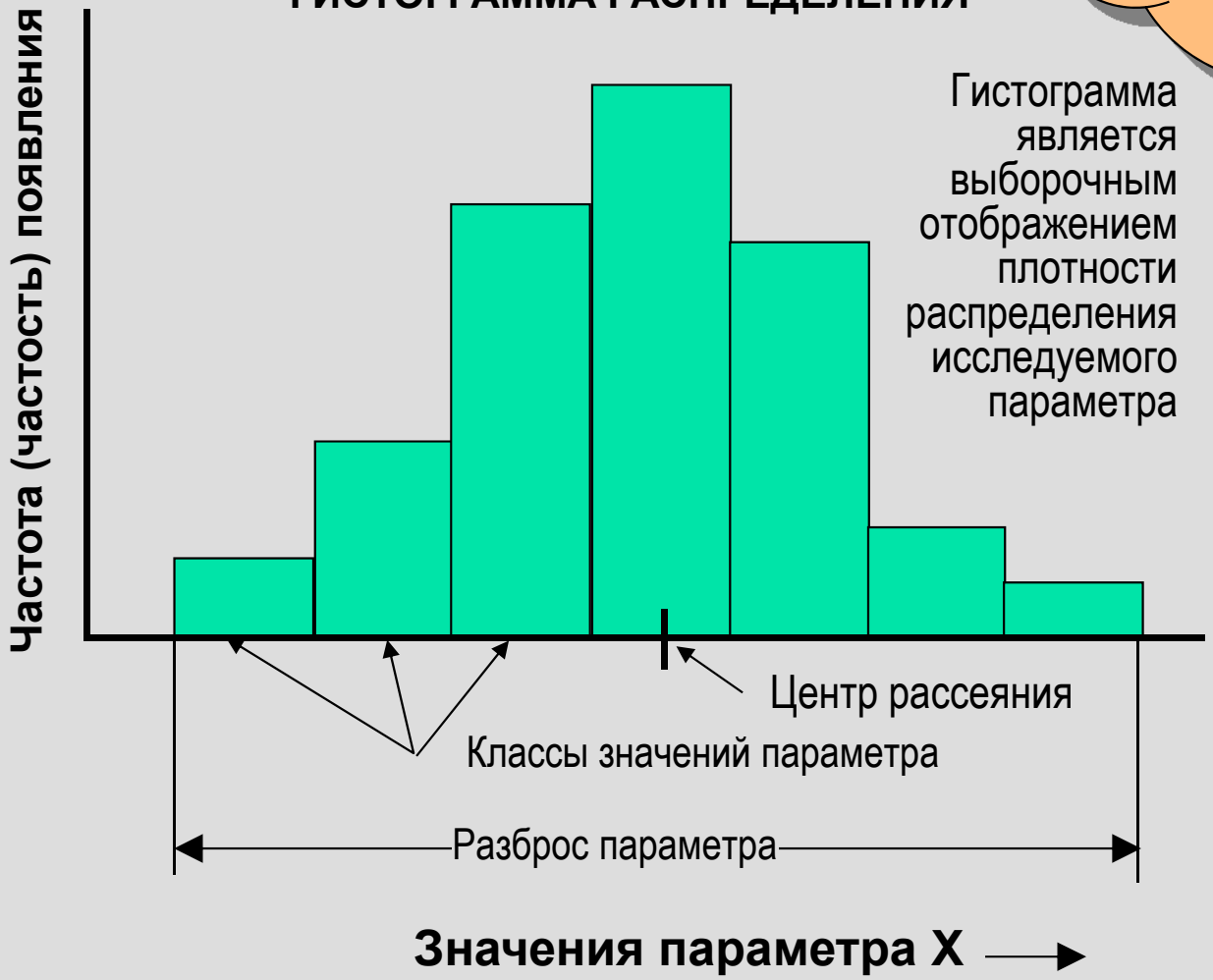
$\{\chi_i\}_N$

ГЕНЕРАЛЬНАЯ СОВОКУПНОСТЬ
полное множество возможных значений параметра в соответствии с его физической природой и особенностями процесса

ВЫБОРКА
ограниченное множество значений, обнаруженных за время наблюдения $\{x_i\}_n$

ОПИСАТЕЛЬНЫЕ СТАТИСТИКИ

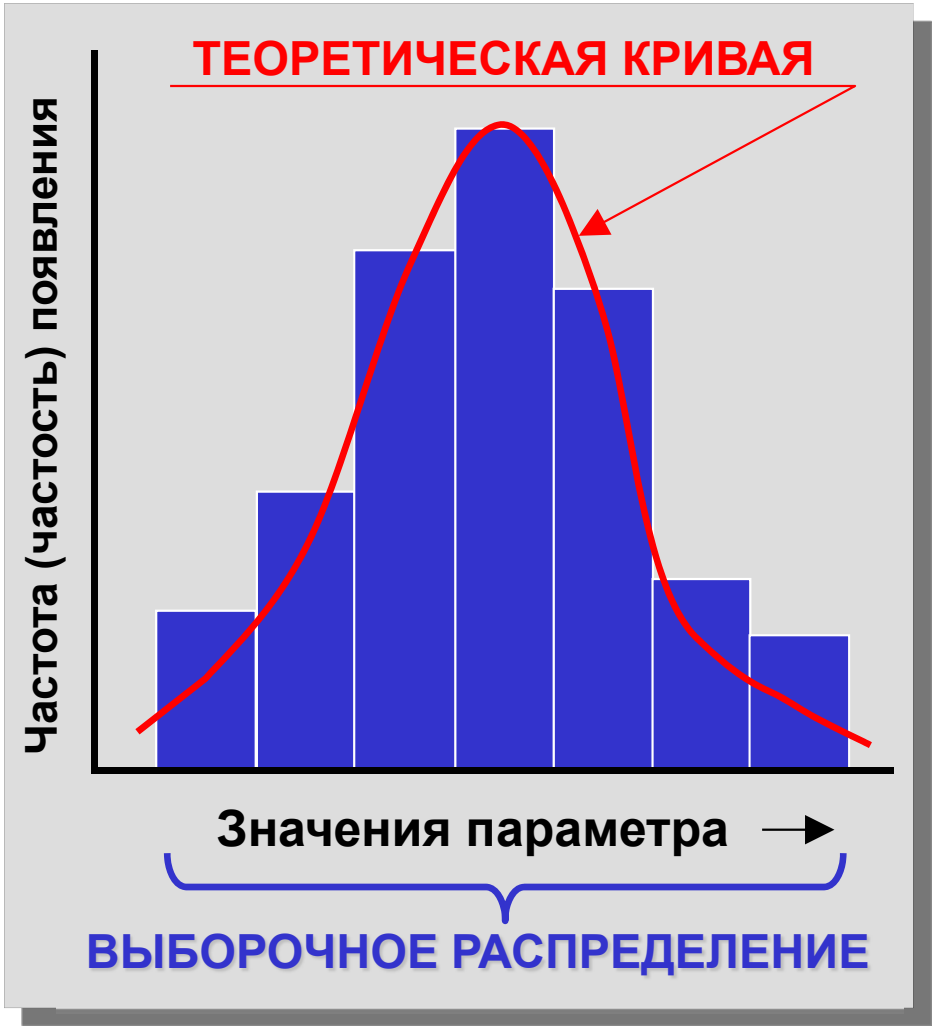
ГИСТОГРАММА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ



Гистограмма является выборочным отображением плотности распределения исследуемого параметра

ОПИСАТЕЛЬНЫЕ СТАТИСТИКИ

Количественные оценки характеристик исследуемого параметра с учетом его стохастичности



- Характеристики положения:
  - Среднее выборочное
  - Мода
  - Медиана
  - …
- Характеристики рассеяния (вариации):
  - Размах (интервал)
  - Дисперсия
  - Стандартное отклонение
  - …
- Закон распределения (теоретическая кривая)

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫБОРОЧНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

1. Обработка и анализ выборки.
2. Построение выборочного распределения

ОБРАБОТКА И АНАЛИЗ ВЫБОРКИ

ЦЕЛИ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ВЫБОРКИ

1. Выявление и отсеивание грубых погрешностей (проверка однородности)
2. Расчет выборочных характеристик (описательных статистик)
3. Проверка нормальности распределения

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		**ВЫБОРКА**		**ОТКЛОНЕНИЕ**		**ПРОВЕРКА**			**ВЫБОРОЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ**			
2		h, мм		|di|,мм		**ОДНОРОДНОСТИ**			**"ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА"**			**Функции**
3		2,50		0,00		n	24		*h, мм*			***Excel***
4		2,47		0,03		Xср	2,498					
5		2,51		0,01		S	0,025		Среднее	2,4975	мм	2,50
6		2,50		0,00		dmax	0,05		Стандартная ошибка	0,005187	мм	0,005
7		2,45		0,05		τ_{max}	1,869		Медиана	2,5	мм	2,50
8		2,48		0,02		t [0,05;n-2]	2,074		Мода	2,5	мм	2,50
9		2,52		0,02		t [0,001;n-2]	3,792		Стандартное отклонение	0,02541	мм	0,025
10		2,49		0,01		τ [0,05;n-2]	1,939		Дисперсия выборки	0,000646	мм2	0,0006
11		2,50		0,00		τ [0,001;n-2]	3,015		Эксцесс	-0,50664	-	-0,51
12		2,47		0,03					Асимметричность	0,045535	-	0,05
13		2,46		0,04		**ОШИБКИ НЕТ**			Интервал	0,09	мм	0,09
14		2,51		0,01					Минимум	2,45	мм	2,45
15		2,54		0,04					Максимум	2,54	мм	2,54
16		2,50		0,00					Сумма	59,94	мм	59,94
17		2,46		0,04					Счет	24	-	24
18		2,53		0,03					Уровень надежности(95,0%)	0,01073	мм	0,01
19									**ОЦЕНКА**			
20		2,54		0,04					**НОРМАЛЬНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**			
21		2,49		0,01					**По асимметрии** S_A	0,639		
22		2,49		0,01					|A| / S_A	0,071		
23		2,48		0,02					Вывод	**Да**		
24		2,50		0,00					**По эксцессу** S_E	0,918		
25		2,54		0,04					|E| / S_E	0,552		
26		2,51		0,01					Вывод	**Да**		
27		2,50		0,00								
28												

ОЦЕНИВАНИЕ ИСТИННОГО ЗНАЧЕНИЯ

Анализируемая случайная величина имеет значение

$$\bar{x} \pm \Delta_x$$

Доверительная граница

$$\Delta_x = \pm\, s_x\, t[\alpha\,; n-1]$$

Стандартное отклонение выборочного среднего

$$s_x = s/\sqrt{n}$$

Табличное число Стьюдента

$t[\alpha\,; n-1]$ **= СТЬЮДРАСПОБР(α; n-1)**

=L9/КОРЕНЬ(L17)

=L6*СТЬЮДРАСПОБР(0,05;G3-1)

s_x

Δ_x

	A	H	I	J	K	L
1			ВЫБОРОЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ			
2			"ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА"			Функции
3						Excel
4						
5			Среднее	2,4975	мм	2,50
6			Стандартная ошибка	0,005187	мм	0,005
7			Медиана	2,5	мм	2,50
8			Мода	2,5	мм	2,50
9			Стандартное отклонение	0,02541	мм	0,025
10			Дисперсия выборки	0,000646	мм2	0,0006
11			[illegible]	-0,50664	-	-0,51
12			Асимметричность	0,045535	-	0,05
13			Интервал	0,09	мм	0,09
14			Минимум	2,45	мм	2,45
15			Максимум	2,54	мм	2,54
16			Сумма	59,94	мм	59,94
17			Счет	24	-	24
18			Уровень надежности(95,0%)	0,01073	мм	0,01
19			ОЦЕНКА			

ВЫВОД ОТНОСИТЕЛЬНО ИСТИННОГО ЗНАЧЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

С доверительной вероятностью $p=1-0,05=0,95$ (т.е. 95%) истинное значение толщины прокатанной полосы равно $2,50 \pm 0,01$ мм

НЕОБХОДИМОСТЬ ПРОВЕРКИ ОДНОРОДНОСТИ

- Среди элементов выборки могут оказаться результаты, содержащие грубую ошибку (погрешность). В дальнейшем анализе они искажают информацию об исследуемом явлении.
- Необходимо также иметь гарантию, что в полученной выборке сделана из генеральной совокупности именно того параметра, который интересует исследователя, и в ней отсутствуют элементы из какой-либо иной генеральной совокупности.

Выборку, которая содержит элементы только одной генеральной совокупности, принято называть *однородной*.

АЛГОРИТМ ПРОВЕРКИ И ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОДНОРОДНОСТИ

МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ НОРМАЛЬНОСТИ ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

- по среднему абсолютному отклонению
- по размаху варьирования выборки
- по показателям асимметрии и эксцесса
- по критерию χ^2

АСИМЕТРИЯ И ЭКСЦЕСС НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Асимметрия или коэффициент асимметрии (термин был впервые введен Пирсоном, 1895) является мерой несимметричности плотности распределения относительно матетматического ожидания. Выборочная оценка:

$$A = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^3$$

Для плотности нормального распределения A= 0.

Эксцесс (термин был впервые введен Пирсоном, 1905) или коэффициент эксцесса характеризует "пикообразность" плотности распределения. Выборочная оценка:

$$E \approx \left[\frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^4 \right] - \frac{3(n-1)}{(n-2)(n-3)}$$

Для плотности нормального распределения E = 0.

УСЛОВИЯ НОРМАЛЬНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО АСИММЕТРИИ И ЭКСЦЕССУ

Условие соответствия выборочного распределения нормальному по асимметрии:

Стандартное отклонение асимметрии S_A

$$|A| < 3\sqrt{\frac{6n(n-1)}{(n-2)(n+1)(n+3)}} \Rightarrow \frac{|A|}{S_A} < 3$$

Условие соответствия выборочного распределения нормальному по эксцессу:

$$|E| < 5(n-1)\sqrt{\frac{24n}{(n-3)(n-2)(n+3)(n+5)}} \Rightarrow \frac{|E|}{S_E} < 5$$

Стандартное отклонение эксцесса S_E

ПРОГРАММИРОВАНИЕ ОЦЕНКИ НОРМАЛЬНОСТИ В MS EXCEL

=КОРЕНЬ(6*$J$17*($J$17-1)/($J$17-2)/($J$17+1)/($J$17+3))

=ABS(J12)/(J21)

=ЕСЛИ(J22<3;"Да";"Нет")

=($J$17-1)*КОРЕНЬ(24*$J$17/($J$17-3)/($J$17-2)/($J$17+3)/($J$17+5))

=ABS(J11)/(J24)

=ЕСЛИ(J25<5;"Да";"Нет")

	A	H	I	J	K
1			ВЫБОРОЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ		
2			"ОПИСАТЕЛЬНАЯ СТАТИСТИКА"		
3			*h, мм*		
4					
5			Среднее	2,4975	мм
6			Стандартная ошибка	0,005187	мм
7			Медиана	2,5	мм
8			Мода	2,5	мм
9			ное отклонение	0,02541	мм
10			Дисперсия выборки	0,000646	мм2
11			Эксцесс	-0,50664	-
12			Асимметричность	0,045535	-
13			Интервал	0,09	мм
14			Минимум	2,45	мм
15				2,54	мм
16				59,94	мм
17			Счет	24	-
18			Уровень надежности(95,0%)	0,01073	мм
19			ОЦЕНКА		
20			НОРМАЛЬНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ		
21			**По асимметрии** SA	0,639	
22			|A| / SA	0,071	
23			Вывод	**Да**	
24			**По эксцессу** SE	0,918	
25			|E| / SE	0,552	
26			Вывод	**Да**	
27					
28					

ВЫВОДЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ КРИВОЙ

1. Отношение асимметрии (A=0,046) к ее стандартному отклонению (S_A=0,639) меньше 3. Это означает, что асимметрия распределения статистически не отличается от нуля.
2. Отношение эксцесса (E ≈ -0,507) к его стандартному отклонению (S_E=0,918) меньше 5. Это означает, что эксцесс распределения статистически не отличается от нуля.
3. Таким образом, распределение анализируемого параметра можно считать нормальным.
4. Плотность распределения анализируемого параметра (теоретическая кривая) отображается уравнением:

$$f(x)=\frac{1}{0{,}025\sqrt{2\pi}}exp\left[-\frac{(x-2{,}5)^2}{2(0{,}025)^2}\right]=15{,}959e^{-800(x-2{,}5)^2}$$

ПОСТРОЕНИЕ ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПОСТРОЕНИЯ ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1. Построить вариационный ряд
2. Отобразить вариационный ряд графически в виде полигона и кумуляты
3. Нанести на полигон и кумуляту теоретические кривые

ПОСТРОЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА

1. Разбить интервал варьирования параметра на классы (карманы)
2. Определить частоты попадания значений параметра в карманы
3. Рассчитать дифференциальные и кумулятивные (накопленные) частости

РАЗБИЕНИЕ ИНТЕРВАЛА ВАРЬИРОВАНИЯ НА КАРМАНЫ

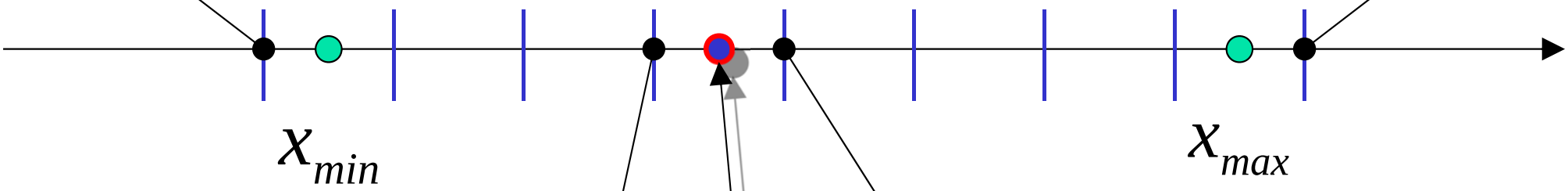
$$k \approx 1 + 3{,}322 \lg n$$

ОКРУГЛИТЬ ДО БЛИЖАЙШЕГО МЕНЬШЕГО ЦЕЛОГО

$$u_{01} = x_{min} - l/2$$

$$u_{1k} = x_{max} + l/2$$

$$l = R/(k-1) = (x_{max} - x_{min})/(k-1)$$



$$u_{0j} = x_{min} + (j - 1{,}5)l$$

$$u_{1j} = x_{min} + (j - 0{,}5)l$$

ВАРИАНТА

$$x_j^* = \frac{u_{0j} + u_{1j}}{2}$$

ВАРИАНТА

ВАРИАНТА

Значение случайной величины, которое считают характерным для j-го кармана

$$x_j^* = \frac{u_{0j} + u_{1j}}{2}$$

ТАБЛИЧНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА

Карман			Вари-анта x^*	Часто-та m_j	Частость	
Номер j	Левая граница u_0	Правая граница u_1			Диффе ренци-альная f_j	Куму-лятив-ная F_j
1	u_{01}	u_{11}	x_1^*	m_1	f_1	F_1
2	u_{02}	u_{12}	x_2^*	m_2	f_2	F_2
…	…	…	…	…	…	…
j	u_{0j}	u_{1j}	x_j^*	m_j	f_j	F_j
…	…	…	…	…	…	…
k	u_{0k}	u_{1k}	x_k^*	m_k	f_k	1

ЧАСТОТА

Число значений случайной величины, которые могут быть отнесены к данному карману.

Возможные условия классификации значений параметра по карманам:

$$u_{0j} \le x < u_{1j}$$

$$u_{0j} < x \le u_{1j}$$

Сумма частот всех членов вариационного ряда равна объему исходной выборки:

$$\sum_{j=1}^{k} m_j = n$$

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ЧАСТОСТЬ (ЧАСТОСТЬ)

$$f_j = \frac{m_j}{n}$$

Отношение частоты некоторого члена вариационного ряда к общему количеству наблюдений за случайной величиной

Сумма частостей всех членов вариационного ряда равна единице

$$\sum_{j=1}^{k} f_j = 1$$

КУМУЛЯТИВНАЯ ЧАСТОСТЬ

Кумулятивная частость является выборочной оценкой функции распределения вероятности для значения параметра $x = x^*_j$

$$F_j = \sum_{i=1}^{j} f_i, (i = 1, 2, \ldots, j)$$

Для последнего кармана

$$F_k = \sum_{j=1}^{k} f_j = 1$$

РАЗБИЕНИЕ ИНТЕРВАЛА НА КАРМАНЫ

n – объем выборки

k* – расчетное число карманов

k – принятое число карманов

Xmin – наименьший элемент выборки

Xmax – наибольший элемент выборки

R – размах выборки

l* – расчетная длина кармана

l – принятая длина кармана

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм		ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ									
2		2,45		n	k*	k	Xmin	Xmax	R	l*	l		
3		2,46		24	5,59	5	2,45	2,54	0,090	0,023	0,025		
4		2,46											
5		2,47											
6		2,47		ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД									
7		2,48		j	U0j	U1j	Интервал		X*	mj	fj	Fj	
8		2,48		1	2,44	2,46	2,44 - 2,46		2,45	1	0,042	0,042	
9		2,49		2	2,46	2,49	2,46 - 2,49		2,48	4	0,167	0,208	
10		2,49		3	2,49	2,51	2,49 - 2,51		2,50	11	0,458	0,667	
11		2,49		4	2,51	2,54	2,51 - 2,54		2,53	4	0,167	0,833	
12		2,50		5	2,54	2,56	2,54 - 2,56		2,55	4	0,167	1,000	
13		2,50								24	1,000		
14		2,50											
15		2,50											
16		2,50			ПОЛИГОН И КУМУЛЯТА								
17		2,50			x	f(x)	F(x)	fт(x)	Fт(x)				
18		2,51			2,44	0,000	0,000	0,018	0,018				
19		2,51			2,45	0,042	0,042	0,054	0,072				
20		2,51			2,48	0,167	0,208	0,242	0,314				
21		2,52			2,50	0,458	0,667	0,399	0,712				
22		2,53			2,53	0,167	0,833	0,242	0,954				
23		2,54			2,55	0,167	1,000	0,054	1,008				
24		2,54			2,56	0,000	-	0,018	-				
25		2,54				1,000		1,026					

РАЗБИЕНИЕ ИНТЕРВАЛА НА КАРМАНЫ

=СЧЁТ(B2:B25)

=1+3,322*LOG10(D3)

С КЛАВИАТУРЫ

=МИН(B2:B25)

=МАКС(B2:B25)

=H3-G3

=I3/(F3-1)

С КЛАВИАТУРЫ

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм				ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ							
2		2,45		n	k*	k	Xmin	Xmax	R	l*	l		
3		2,46		24	5,59	5	2,45	2,54	0,090	0,023	0,025		
4		2,46											
5		2,47											
6		2,47					ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД						
7		2,48		j	U0j	U1j	Интервал		X*	mj	fj	Fj	
8		2,48		1	2,44	2,46	2,44 - 2,46		2,45	1	0,042	0,042	
9		2,49		2	2,46	2,49	2,46 - 2,49		2,48	4	0,167	0,208	
10		2,49		3	2,49	2,51	2,49 - 2,51		2,50	11	0,458	0,667	
11		2,49		4	2,51	2,54	2,51 - 2,54		2,53	4	0,167	0,833	
12		2,50		5	2,54	2,56	2,54 - 2,56		2,55	4	0,167	1,000	
13		2,50								24	1,000		
14		2,50											
15		2,50											
16		2,50			ПОЛИГОН И КУМУЛЯТА								
17		2,50			x	f(x)	F(x)		fт(x)	Fт(x)			
18		2,51			2,44	0,000	0,000		0,018	0,018			
19		2,51			2,45	0,042	0,042		0,054	0,072			
20		2,51			2,48	0,167	0,208		0,242	0,314			
21		2,52			2,50	0,458	0,667		0,399	0,712			
22		2,53			2,53	0,167	0,833		0,242	0,954			
23		2,54			2,55	0,167	1,000		0,054	1,008			
24		2,54			2,56	0,000	-		0,018	-			
25		2,54				1,000			1,026				

РАЗБИЕНИЕ ИНТЕРВАЛА НА КАРМАНЫ

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм		ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ									
2		2,45		n	k*	k	Xmin	Xmax	R	l*	l		
3		2,46		24	5,59	5	2,45	2,54	0,090	0,023	0,025		
4		2,46											

ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД

Интервал	X*	mj	fj	Fj
2,44 - 2,46	2,45	1	0,042	0,042
2,46 - 2,49	2,48	4	0,167	0,208
2,49 - 2,51	2,50	11	0,458	0,667
2,51 - 2,54	2,53	4	0,167	0,833
2,54 - 2,56	2,55	4	0,167	1,000
		24	1,000	

УМУЛЯТА

					F(x)	fт(x)	Fт(x)
18	2,51		2,44	0,000	0,000	0,018	0,018
19	2,51		2,45	0,042	0,042	0,054	0,072
20	2,51		2,48	0,167	0,208	0,242	0,314
21	2,52		2,50	0,458	0,667	0,399	0,712
22	2,53		2,53	0,167	0,833	0,242	0,954
23	2,54		2,55	0,167	1,000	0,054	1,008
24	2,54		2,56	0,000	-	0,018	-
25	2,54			1,000		1,026	

Длину кармана l желательно подобрать таким образом, чтобы выполнялось условие

$$x_{max} < u_{1k} \le x_{max} + l/2$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТ И РАСЧЕТ ЧАСТОСТЕЙ

j – номер кармана

$U0_j$ – левая граница кармана

$U1_j$ – правая граница кармана

X^*_j – варианта

m_j –частота

f_j –частость

F_j –кумулятивная частость

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм		ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ									
2		2,45		n	k*	k	Xmin	Xmax	R	l*	l		
3		2,46		24	5,59	5	2,45	2,54	0,090	0,023	0,025		
4		2,46											
5		2,47											
6		2,47		ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД									
7		2,48		j	U0j	U1j	Интервал		X*	mj	fj	Fj	
8		2,48		1	2,44	2,46	2,44 - 2,46		2,45	1	0,042	0,042	
9		2,49		2	2,46	2,49	2,46 - 2,49		2,48	4	0,167	0,208	
10		2,49		3	2,49	2,51	2,49 - 2,51		2,50	11	0,458	0,667	
11		2,49		4	2,51	2,54	2,51 - 2,54		2,53	4	0,167	0,833	
12		2,50		5	2,54	2,56	2,54 - 2,56		2,55	4	0,167	1,000	
13		2,50								24	1,000		
14		2,50											
15		2,50											
16		2,50			ПОЛИГОН И КУМУЛЯТА								
17		2,50			x	f(x)	F(x)	fт(x)	Fт(x)				
18		2,51			2,44	0,000	0,000	0,018	0,018				
19		2,51			2,45	0,042	0,042	0,054	0,072				
20		2,51			2,48	0,167	0,208	0,242	0,314				
21		2,52			2,50	0,458	0,667	0,399	0,712				
22		2,53			2,53	0,167	0,833	0,242	0,954				
23		2,54			2,55	0,167	1,000	0,054	1,008				
24		2,54			2,56	0,000	-	0,018	-				
25		2,54				1,000		1,026					

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТ И РАСЧЕТ ЧАСТОСТЕЙ

С КЛАВИАТУРЫ

=$G$3-$K$3/2

=E8+$K$3

=(E8+F8)/2

=ЧАСТОТА(B2:B25;I8:I11)

=J9/$D$3

=K8

=L8+K9

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм		ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ									
2		2,45		n	k*	k	Xmin	Xmax	R	l*	l		
3		2,46		24	5,59	5	2,45	2,54	0,090	0,023	0,025		
4		2,46											
5		2,47											
6		2,47		ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД									
7		2,48		j	U0j	U1j	Интервал		X*	mj	fj	Fj	
8		2,48		1	2,44	2,46	2,44 - 2,46		2,45	1	0,042	0,042	
9		2,49		2	2,46	2,49	2,46 - 2,49		2,48	4	0,167	0,208	
10		2,49		3	2,49	2,51	2,49 - 2,51		2,50	11	0,458	0,667	
11		2,49		4	2,51	2,54	2,51 - 2,54		2,53	4	0,167	0,833	
12		2,50		5	2,54	2,56	2,54 - 2,56		2,55	4	0,167	1,000	
13		2,50								24	1,000		
14		2,50											
18		2,51		ГИСТОГРАММА И КУМУЛЯТА									
					x	f(x)	F(x)	fт(x)	Fт(x)				
19		2,51			2,44	0,000	0,000	0,018	0,018				
20		2,51			2,45	0,042	0,042	0,054	0,072				
21		2,51			2,48	0,167	0,208	0,242	0,314				
22		2,52			2,50	0,458	0,667	0,399	0,712				
23		2,53			2,53	0,167	0,833	0,242	0,954				
24		2,54			2,55	0,167	1,000	0,054	1,008				
25		2,54			2,56	0,000	-	0,018	-				
26		2,54				1,000		1,026					

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТ И РАСЧЕТ ЧАСТОТЕЙ

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм											
2		2,45		n									
3		2,46		24								025	
4		2,46											
5		2,47											
6		2,47					ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД						
7		2,48		j	U0j	U1j	Интервал		X*	mj	fj	Fj	
8		2,48		1	2,44	2,46	2,44 - 2,46		2,45	1	0,042	0,042	
9		2,49		2	2,46	2,49	2,46 - 2,49		2,48	4	0,167	0,208	
10		2,49		3	2,49	2,51	2,49 - 2,51		2,50	11	0,458	0,667	
11		2,49		4	2,51	2,54	2,51 - 2,54		2,53	4	0,167	0,833	
12		2,50		5	2,54	2,56	2,54 - 2,56		2,55	4	0,167	1,000	
13		2,50								24	1,000		
14		2,50											
15		2,50											
16		2,50											
17		2,50							Fт(x)				
18		2,51							0,018				
19		2,51							0,072				
20		2,51							0,314				
21		2,52							0,712				
22		2,53							0,954				
23		2,54							1,008				
24		2,54							-				
25		2,54				1,000		1,026					

F_j для последнего карамана должна равняться единице

=СУММ(J8:J12)

Сумма частот должна равняться объему выборки

=СУММ(K8:K12)

Сумма частостей должна равняться единице

ГРАФИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

X – значение анализируемого параметра

f(x) – плотность распределения выборочная

F(x) – функция распределения выборочная

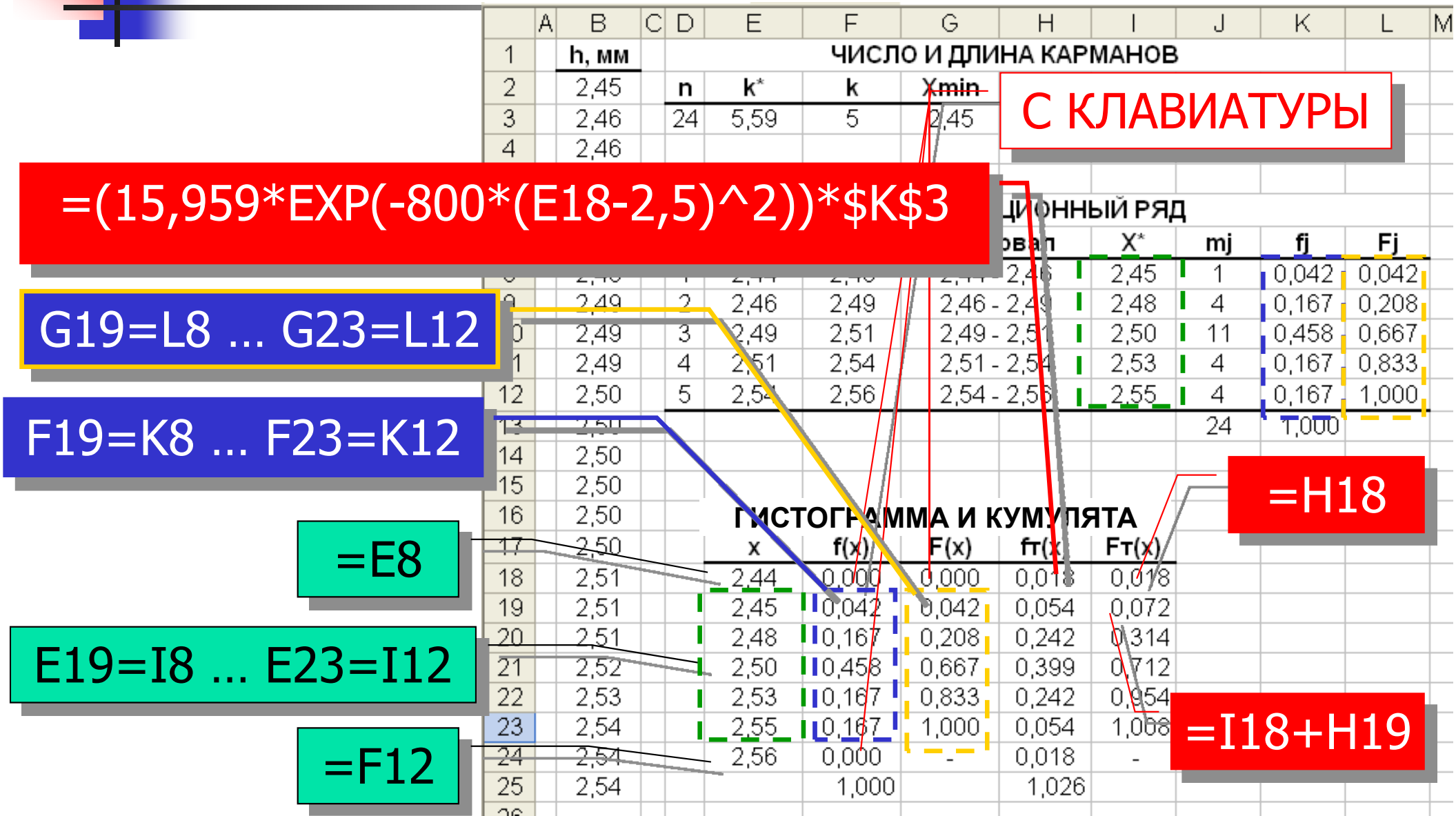
fт(x) – плотность распределения теоретическая

Fт(x) – функция распределения теоретическая

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм					ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ						
2		2,45		n	k*	k	Xmin	Xmax	R	l*	l		
3		2,46		24	5,59	5	2,45	2,54	0,099	0,023	0,025		
4		2,46											
5		2,47											
6		2,47						ВАРИАЦ					
7		2,48		j	U0j	U1j	Интер						
8		2,48		1	2,44	2,46	2,44 -						
9		2,49		2	2,46	2,49	2,46 -						
10		2,49		3	2,49	2,51	2,49 -						
11		2,49		4	2,51	2,54	2,51 -						
12		2,50		5	2,54	2,56	2,54 - 2,56		2,55	4	0,167	1,000	
13		2,50								24	1,000		
14		2,50											
15		2,50											
16		2,50			ГИСТОГРАММА И КУМУЛЯТА								
17		2,50			x	f(x)	F(x)	fт(x)	Fт(x)				
18		2,51			2,44	0,000	0,000	0,018	0,018				
19		2,51			2,45	0,042	0,042	0,054	0,072				
20		2,51			2,48	0,167	0,208	0,242	0,314				
21		2,52			2,50	0,458	0,667	0,399	0,712				
22		2,53			2,53	0,167	0,833	0,242	0,954				
23		2,54			2,55	0,167	1,000	0,054	1,008				
24		2,54			2,56	0,000	-	0,018	-				
25		2,54				1,000		1,026					

ТАБЛИЦА ДАННЫХ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКОВ

ГРАФИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ



ГРАФИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

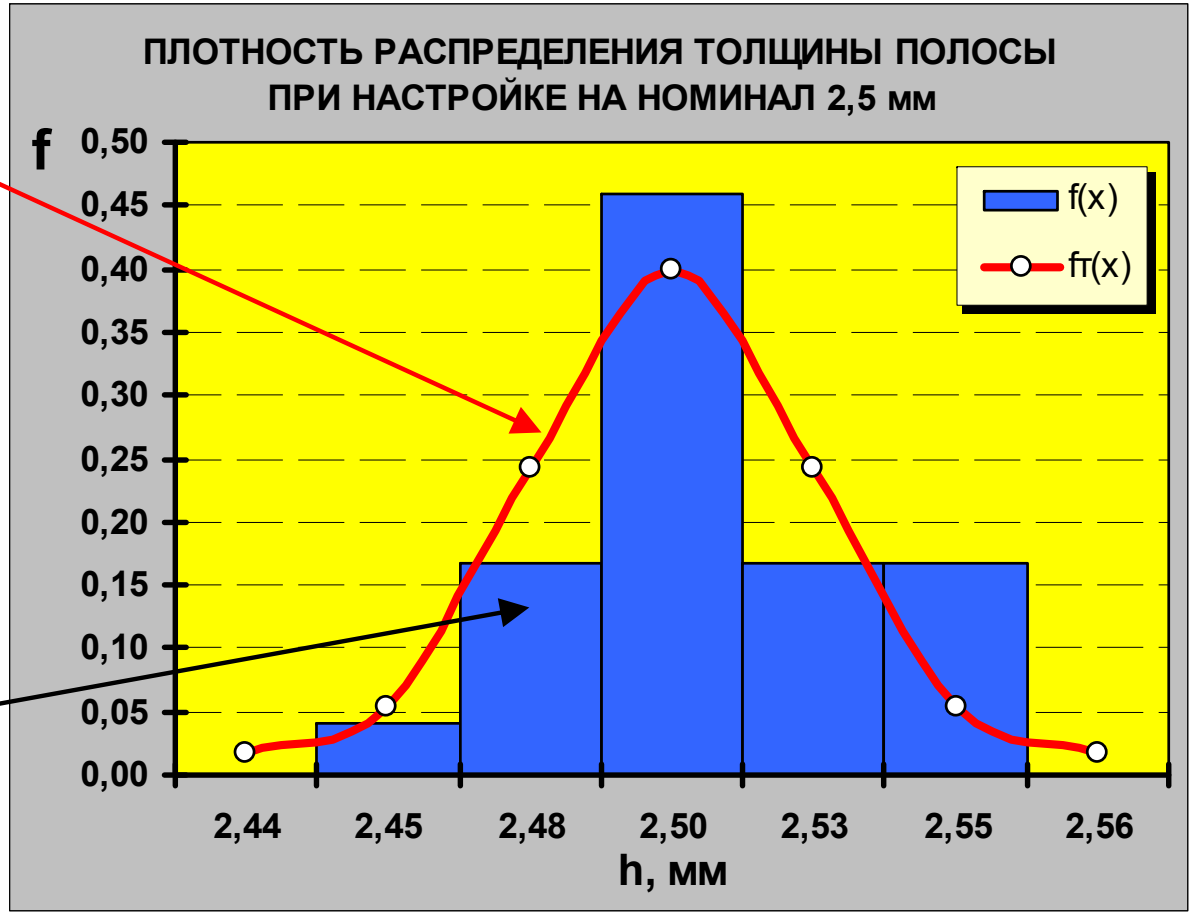
Применить диаграмму типа «График-гистограмма»

Торетическое распределение отображено сглаженной линией

Имя ряда	«fт(X)»
Значения	H18:H24
Подписи оси X	E18:E24

Выборочное распределение отображено гистограммой

Имя ряда	«f(X)»
Значения	F18:F24
Подписи оси X	E18:E24



ГРАФИЧЕСКОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ФУНКЦИИ РАСПЕДЕЛЕНИЯ

Выборочное распределение отображено ломаной линией

Имя ряда	«F(X)»
Значения	G18:F23
Подписи оси X	E18:E23

Применить диаграмму типа «Точечная»

Теоретическое распределение отображено сглаженной линией

Имя ряда	«Fт(X)»
Значения	I18:I23
Подписи оси X	E18:E23

ВНЕШНИЕ ПРИЗНАКИ КАЧЕСТВА ВАРИАЦИОННОГО РЯДА

СООТНОШЕНИЕ ПРАВОЙ ГРАНИЦЫ ПОСЛЕДНЕГО КАРМАНА И Xmax

ДАННЫЙ ВАРИАНТ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА ОТОБРАЖАЕТ ЛИШЬ ЧАСТЬ ИНТЕРВАЛА ВАРЬИРОВАНИЯ АНАЛИЗИРУЕМОГО ПАРАМЕТРА.

НЕОБХОДИМО УВЕЛИЧИТЬ ДЛИНУ КАРМАНА

ВВЕСТИ БОЛЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ

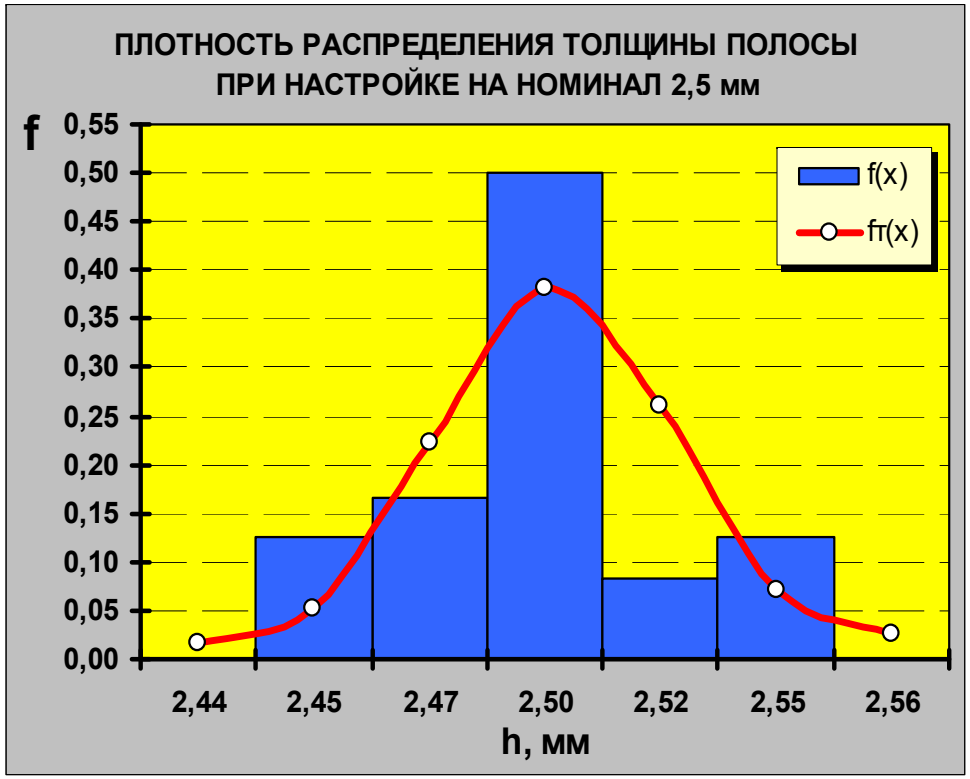
n	k*	k	Xmin	Xmax	R	l*	l
24	5,59	5	2,45	2,54	0,090	0,023	0,018

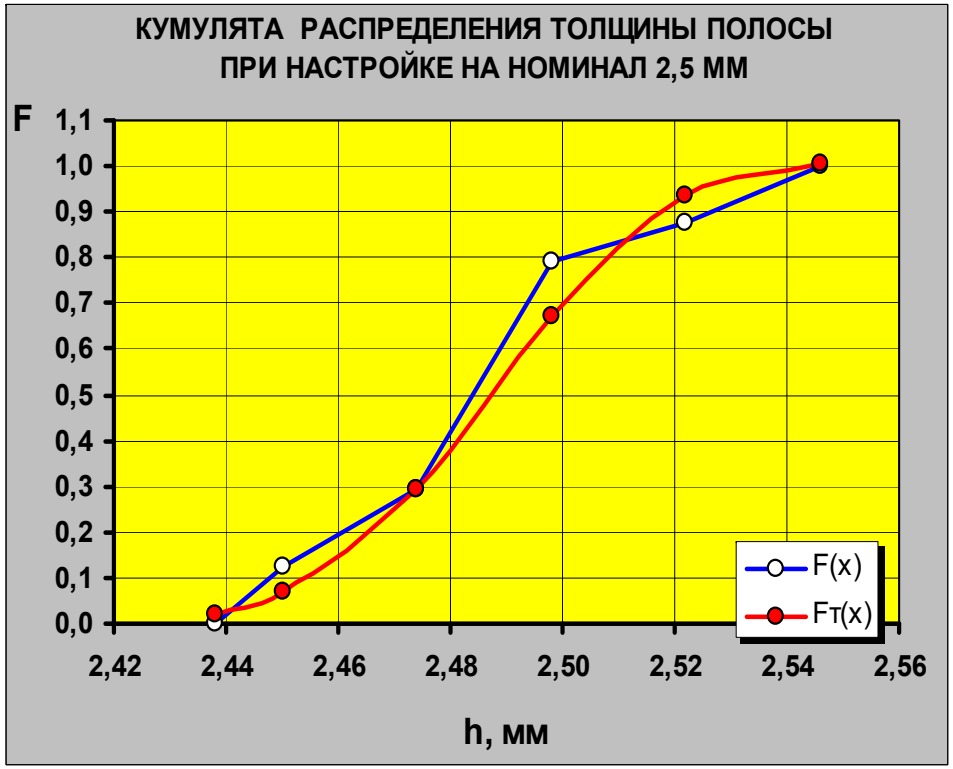
ВАРИАЦИ

j	U0j	U1j	Интервал	Fj
1	2,44	2,46	2,44 -	0,042
2	2,46	2,48	2,46 -	
3	2,48	2,50	2,48 - 2,5	,292
4	2,50	2,51	2,50 -	0,667
5	2,51	2,53	2,51	1,000

ПРАВАЯ ГРАНИЦА ПОСЛЕДНЕГО КАРМАНА МЕНЬШЕ Xmax

ФОРМА ГИСТОГРАММЫ И КУМУЛЯТЫ



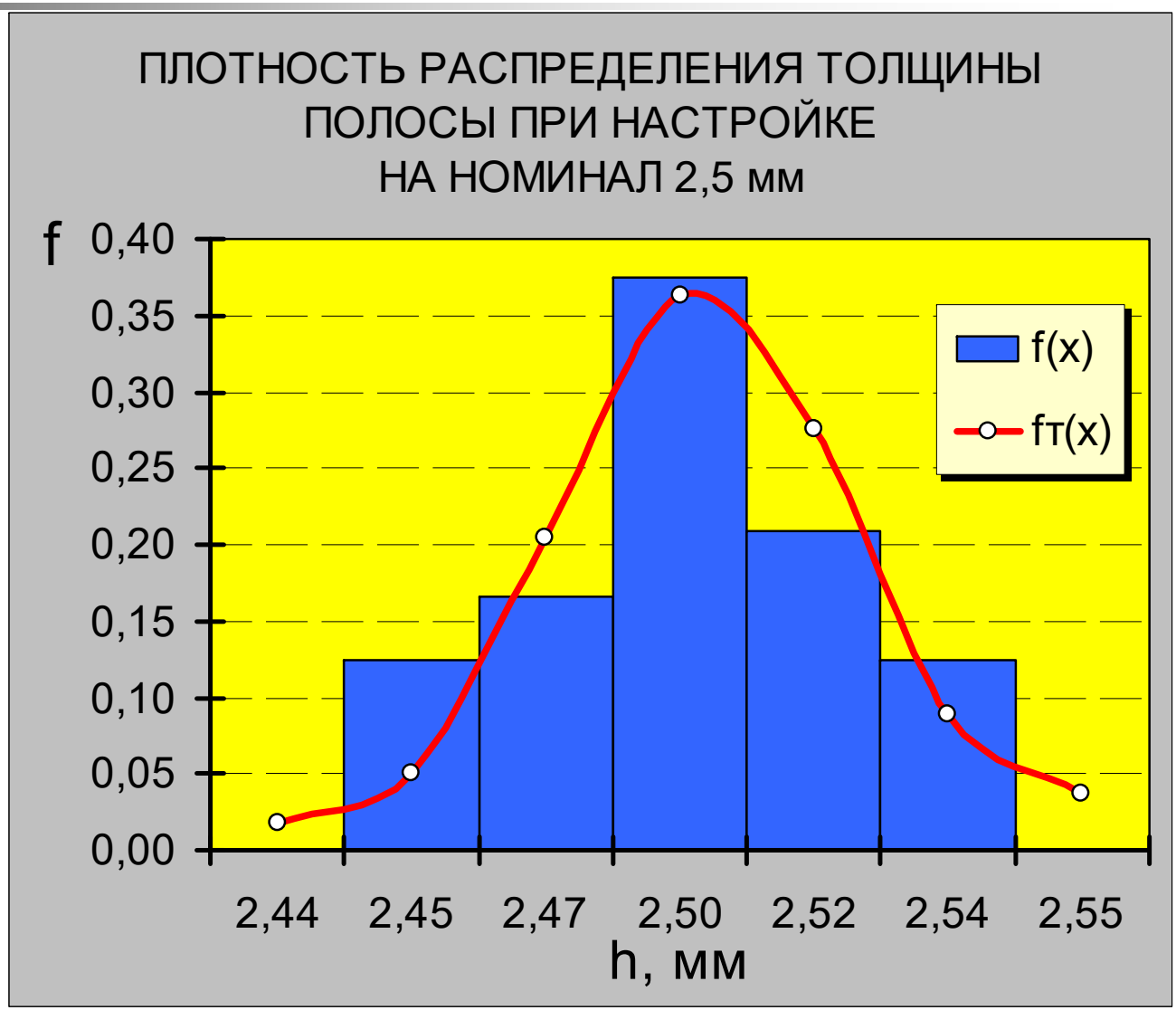


УЛУЧШЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА ИЗМЕНЕНИЕМ ГРАНИЦ КАРМАНОВ

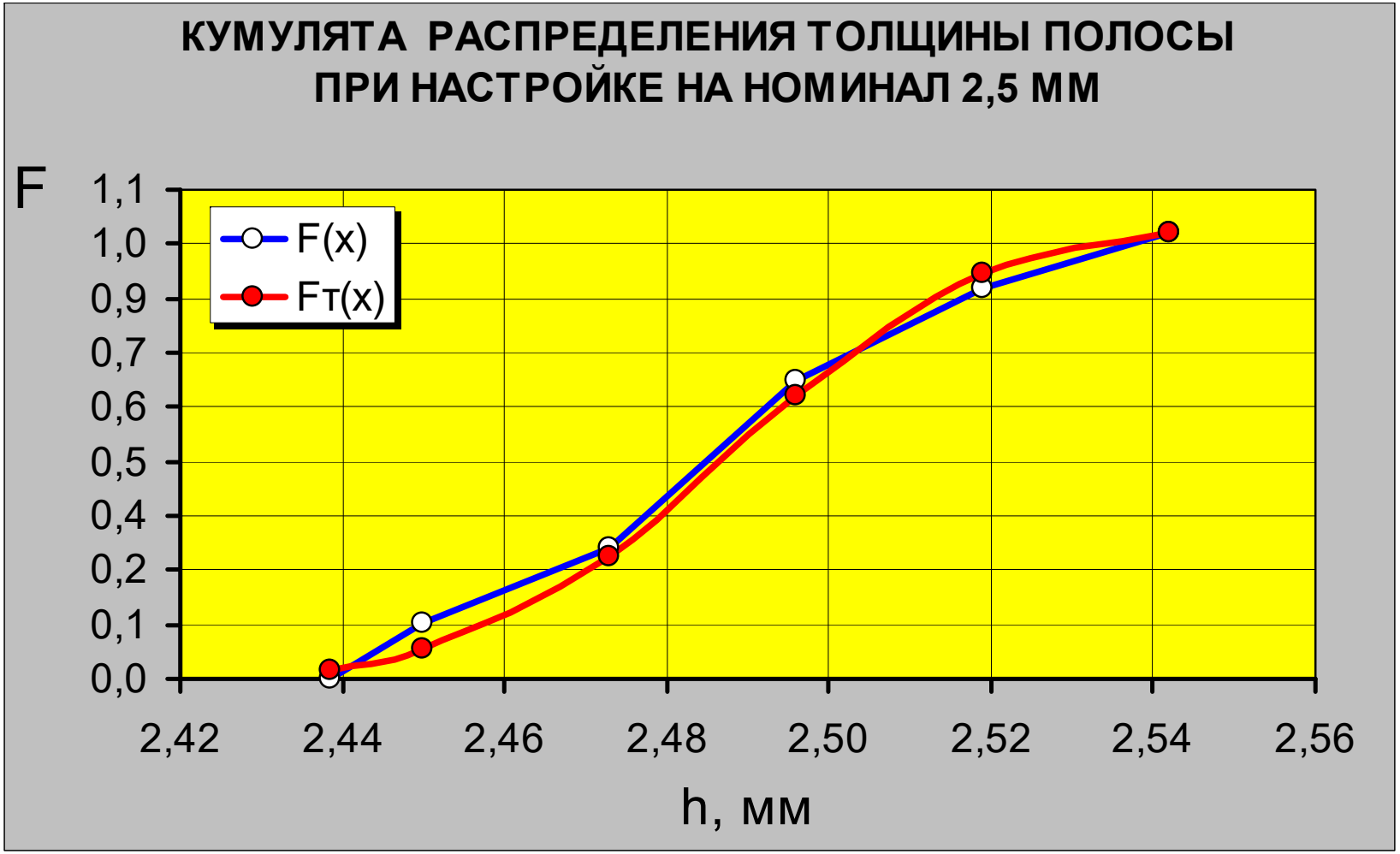
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм		ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ									
2		2,45		n	k*	k	Xmin	Xmax	R	l*	l		
3		2,46		24	5,59	5	2,45	2,54	0,090	0,023	0,023		
4		2,46											
5		2,47											
6		2,47		ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД									
7		2,48		j	U0j	U1j	Интервал		X*	mj	fj	Fj	
8		2,48		1	2,44	2,46	2,44 - 2,46		2,45	3	0,125	0,125	
9		2,49		2	2,46	2,48	2,46 - 2,48		2,47	4	0,167	0,292	
10		2,49		3	2,48	2,51	2,48 - 2,51		2,50	9	0,375	0,667	
11		2,49		4	2,51	2,53	2,51 - 2,53		2,52	5	0,208	0,875	
12		2,50		5	2,53	2,55	2,53 - 2,55		2,54	3	0,125	1,000	
13		2,50								24	1,000		
14		2,50											

=ЧАСТОТА(B2:B25; F8:F11)

НОВАЯ ГИСТОГРАММА



НОВАЯ КУМУЛЯТА

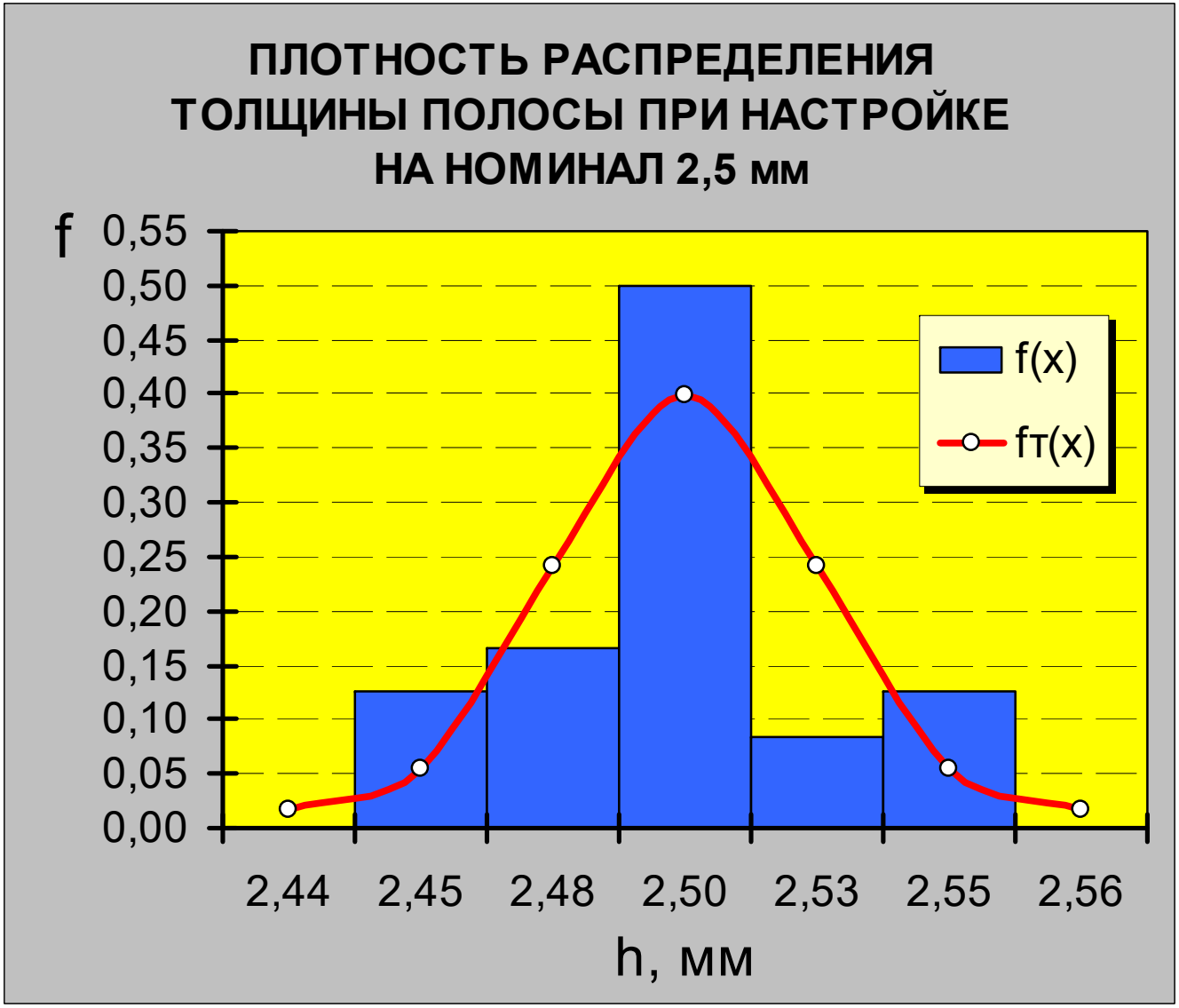


УЛУЧШЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА ИЗМЕНЕНИЕМ ДЛИНЫ КАРМАНА

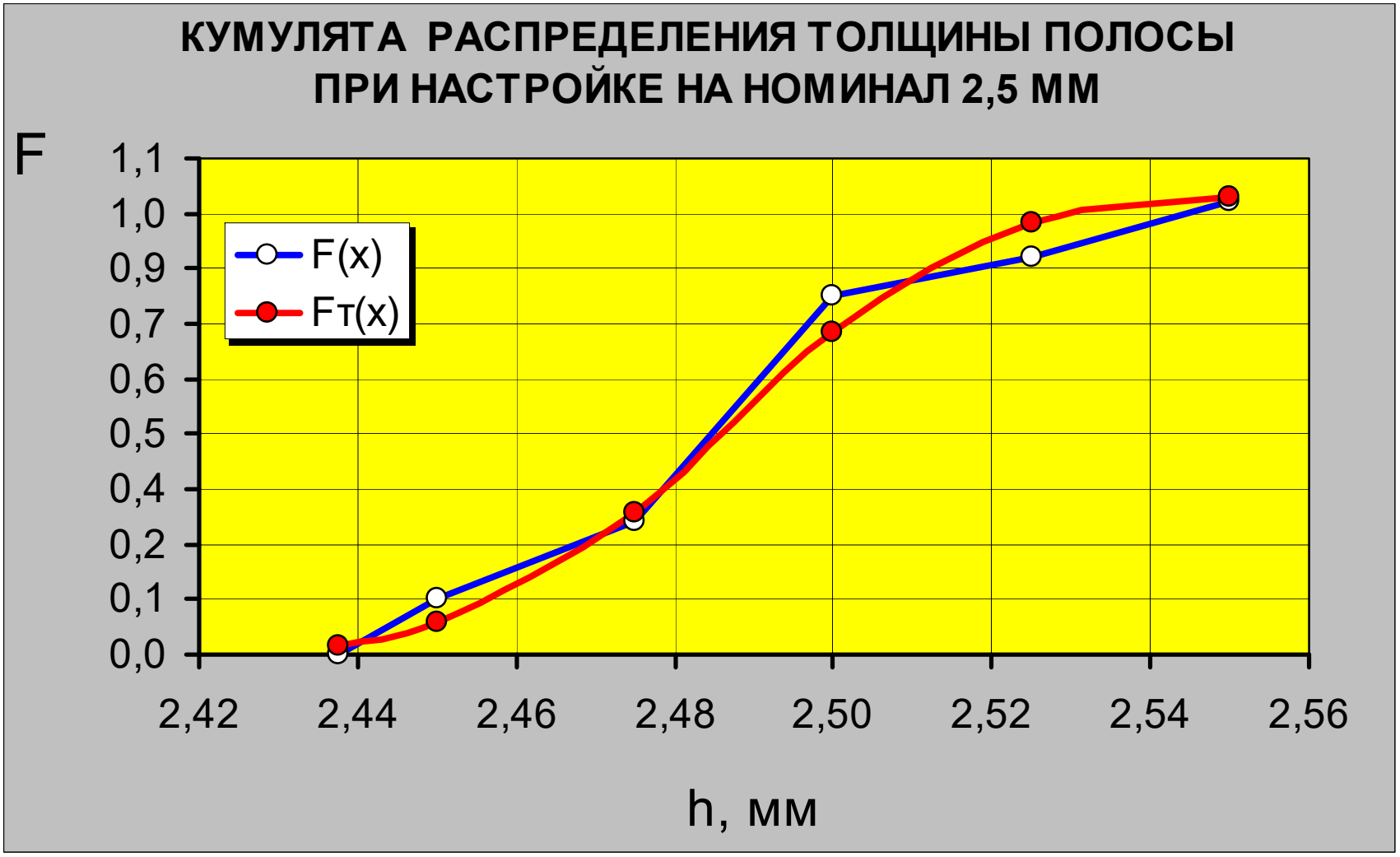
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм		ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ									
2		2,45		n	k*	k	Xmin	Xmax	R	l*	l		
3		2,46		24	5,59	5	2,45	2,54	0,090	0,023	0,025		
4		2,46											
5		2,47											
6		2,47		ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД									
7		2,48		j	U0j	U1j	Интервал		X*	mj	fj	Fj	
8		2,48		1	2,44	2,46	2,44 - 2,46		2,45	3	0,125	0,125	
9		2,49		2	2,46	2,49	2,46 - 2,49		2,48	4	0,167	0,292	
10		2,49		3	2,49	2,51	2,49 - 2,51		2,50	12	0,500	0,792	
11		2,49		4	2,51	2,54	2,51 - 2,54		2,53	2	0,083	0,875	
12		2,50		5	2,54	2,56	2,54 - 2,56		2,55	3	0,125	1,000	
13		2,50								24	1,000		
14		2,50											

=ЧАСТОТА(B2:B25; F8:F11)

НОВАЯ ГИСТОГРАММА



НОВАЯ КУМУЛЯТА

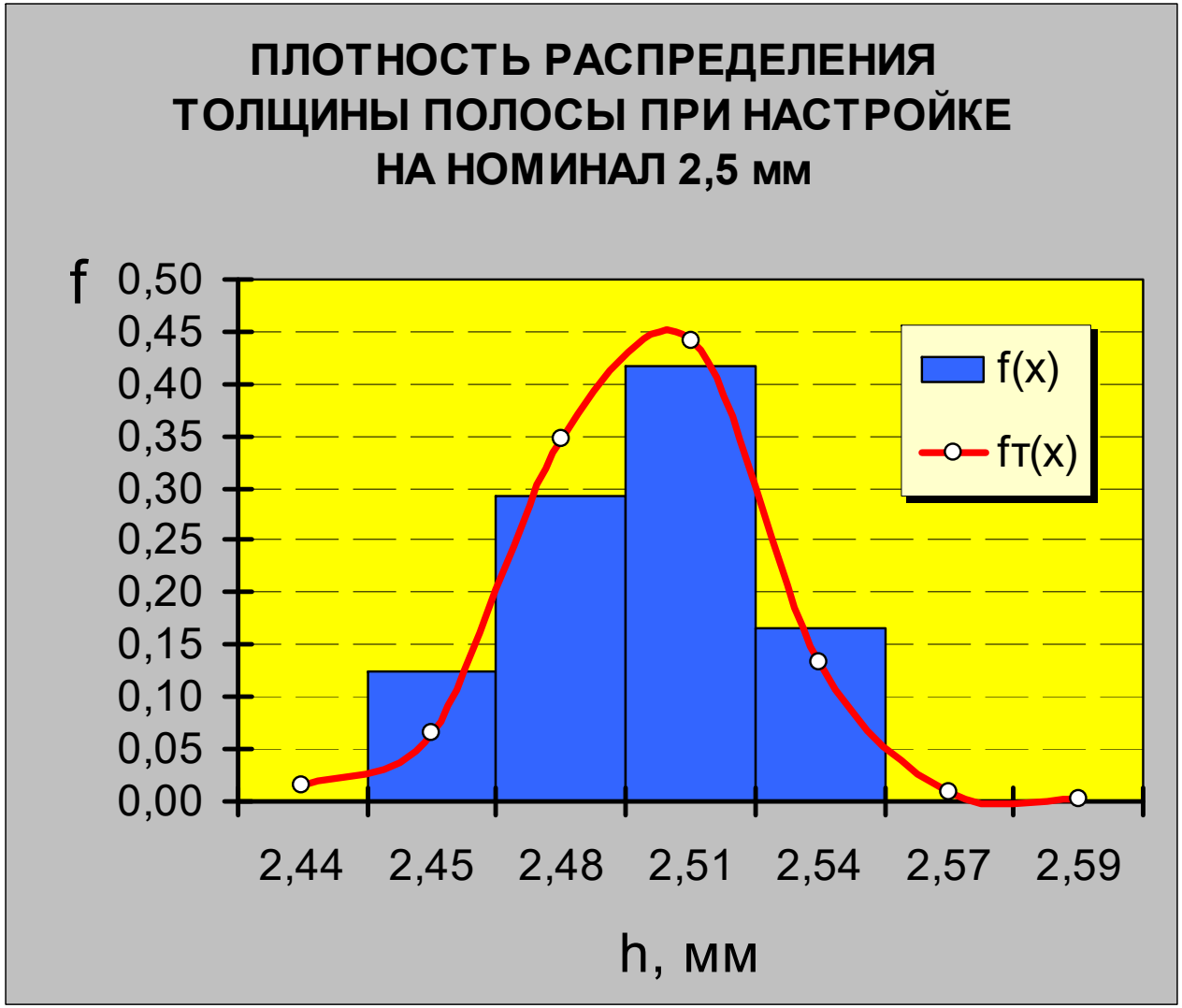


УЛУЧШЕНИЕ ВАРИАЦИОННОГО РЯДА ИЗМЕНЕНИЕМ ДЛИНЫ КАРМАНА

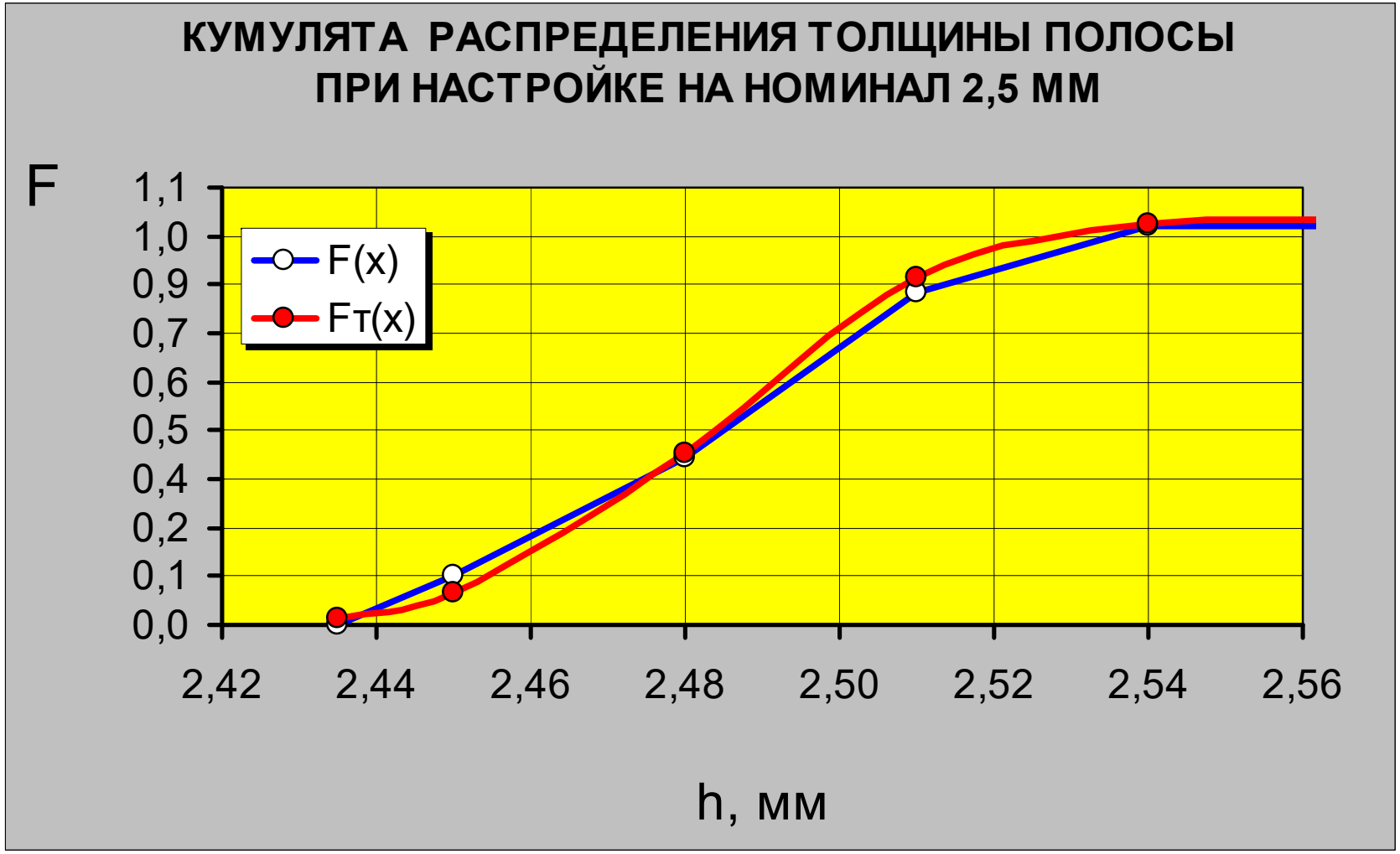
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		h, мм		ЧИСЛО И ДЛИНА КАРМАНОВ									
2		2,45		n	k*	k	Xmin	Xmax	R	l*	l		
3		2,46		24	5,59	5	2,45	2,54	0,090	0,023	0,030		
4		2,46											
5		2,47											
6		2,47		ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД									
7		2,48		j	U0j	U1j	Интервал		X*	mj	fj	Fj	
8		2,48		1	2,44	2,47	2,44 - 2,47		2,45	3	0,125	0,125	
9		2,49		2	2,47	2,50	2,47 - 2,50		2,48	7	0,292	0,417	
10		2,49		3	2,50	2,53	2,50 - 2,53		2,51	10	0,417	0,833	
11		2,49		4	2,53	2,56	2,53 - 2,56		2,54	4	0,167	1,000	
12		2,50		5	2,56	2,59	2,56 - 2,59		2,57	0	0,000	1,000	
13		2,50								24	1,000		
14		2,50											

=ЧАСТОТА(B2:B25; F8:F11)

НОВАЯ ГИСТОГРАММА



НОВАЯ КУМУЛЯТА

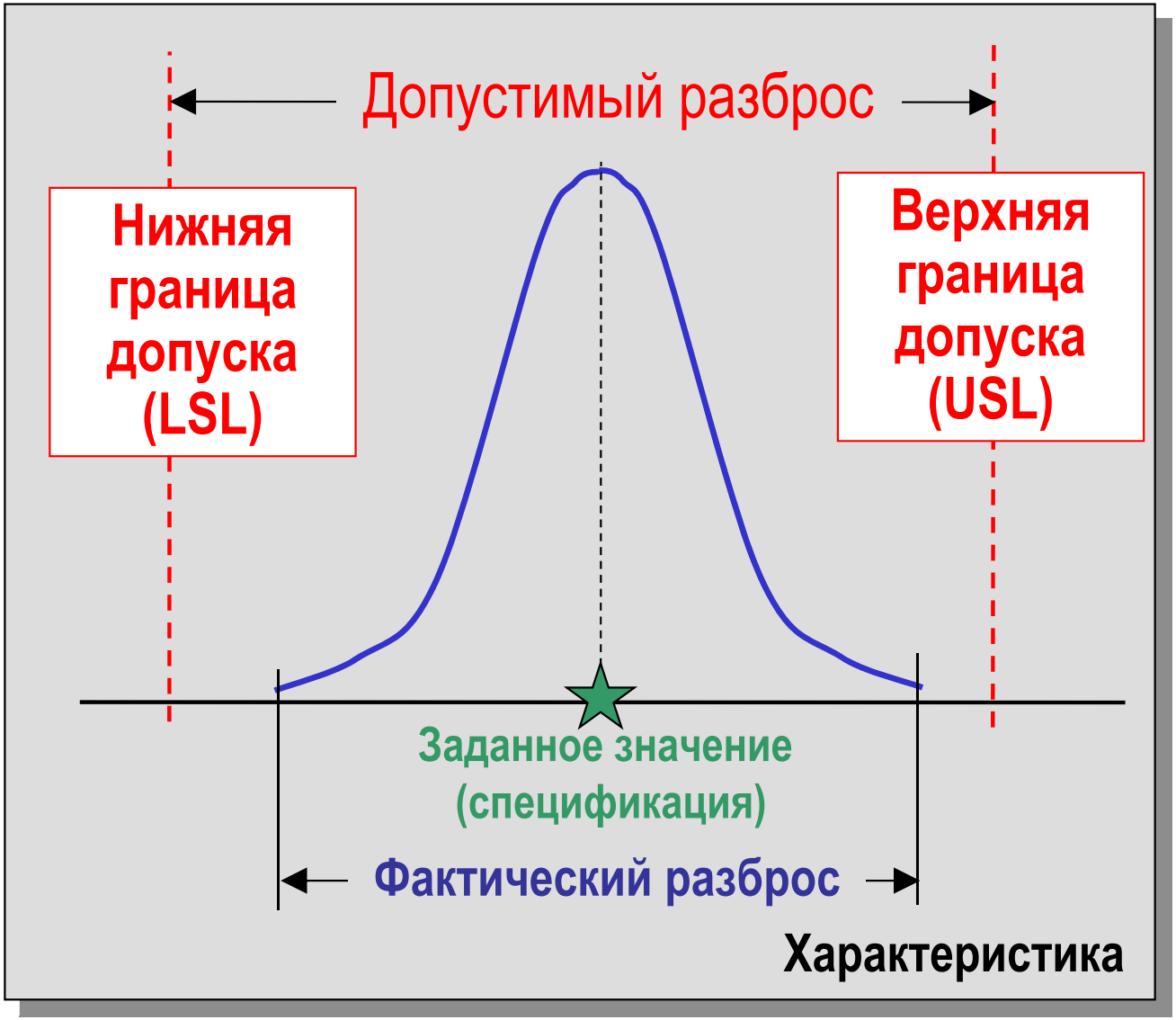


ПРИМЕНЕНИЕ ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОЦЕССА

СОСТОЯНИЕ ПРОЦЕССА (ПРИМЕР 1)

- Фактический разброс меньше допустимого
- Отклонение от спецификации отсутствует

ПОТЕРЯ КАЧЕСТВА НЕ НАБЛЮДАЕТСЯ

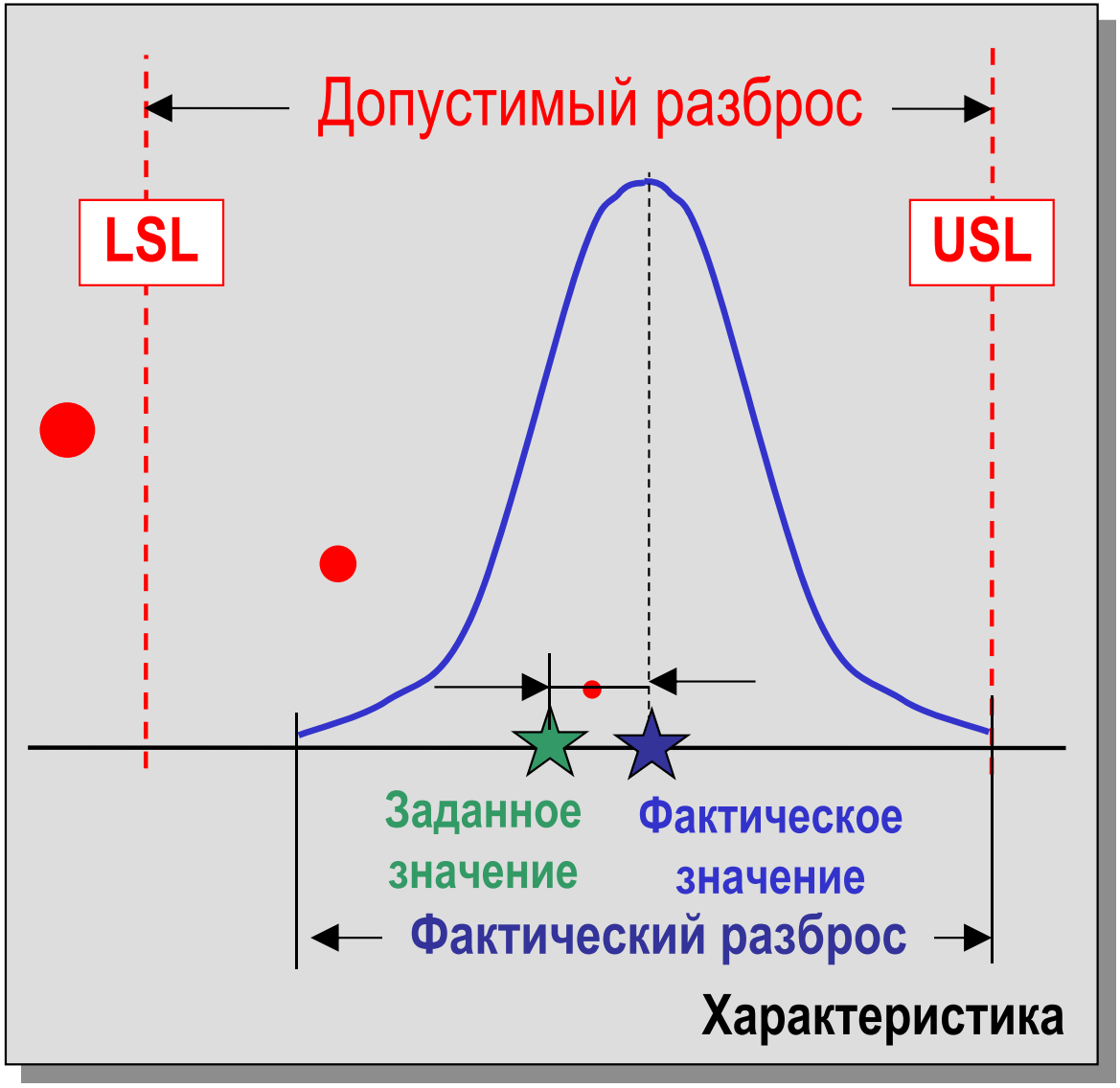


СОСТОЯНИЕ ПРОЦЕССА (ПРИМЕР 2)

ОТКЛОНЕНИЕ ОТ ЗАДАННОЙ СПЕЦИФИКАЦИИ

- Наблюдается отклонение фактического значения от заданного
- Фактический разброс не выходит за пределы допустимого

ТЕНДЕНЦИЯ К ПОТЕРЕ КАЧЕСТВА

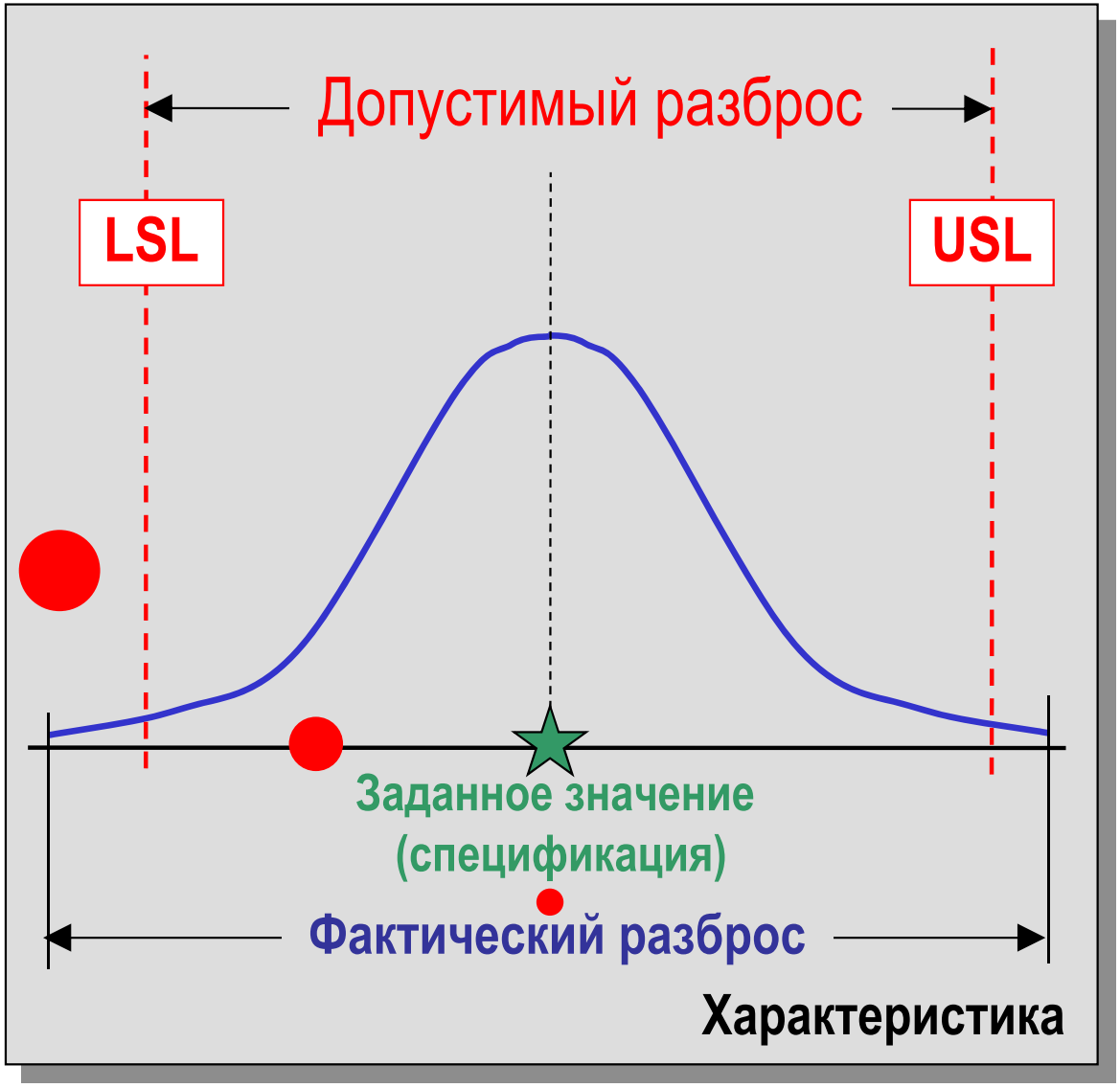


СОСТОЯНИЕ ПРОЦЕССА (ПРИМЕР 3)

СЛИШКОМ БОЛЬШОЙ РАЗБРОС ОТНОСИТЕЛЬНО СПЕЦИФИКАЦИИ

- Отклонение от заданной спецификации отсутствует
- Фактический разброс больше допустимого

ПРОИЗОШЛА ПОТЕРЯ КАЧЕСТВА



ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВЫБОРОЧНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ КАЧЕСТВА ПРОЦЕССА

Распределение какого параметра было построено?

Построено выборочное распределение толщины горячекатаной полосы шириной 1350 мм при настройке процесса прокатки на номинал 2,5 мм повышенной точности (группа А)

ЧЕМУ РАВНЫ ДОПУСТИМЫЕ ОТКЛОНЕНИЯ АНАЛИЗИРУЕМОГО ПАРАМЕТРА?

- Допустимые отклонения толщины горячекатаной полосы установлены ГОСТ 19903:

$$\delta_h = \pm 0{,}18 \text{ мм}$$

ЧЕМУ РАВНЫ ГРАНИЦЫ ДОПУСКА?

- Нижняя граница допуска:

  $LSL = h_{ном} - \delta_h = 2,5 - 0,18 = 2,32$ мм.

- Верхняя граница допуска:

  $USL = h_{ном} + \delta_h = 2,5 + 0,18 = 2,68$ мм.

ЧЕМУ РАВНЫ ФАКТИЧЕСКИЙ И ДОПУСТИМЫЙ РАЗБРОС?

- Фактический разброс толщины $R=x_{max}-x_{min}=2,54-2,45=0,09$ мм.
- Допустимый разброс толщины (поле допуска) $\Delta_h=USL-LSL=2,68-2,32=0,36$ мм.

ЧТО СЛЕДУЕТ ИЗ НАБЛЮДАЕМОГО СООТНОШЕНИЯ ФАКТИЧЕСКОГО И ДОПУСТИМОГО РАЗБРОСА?

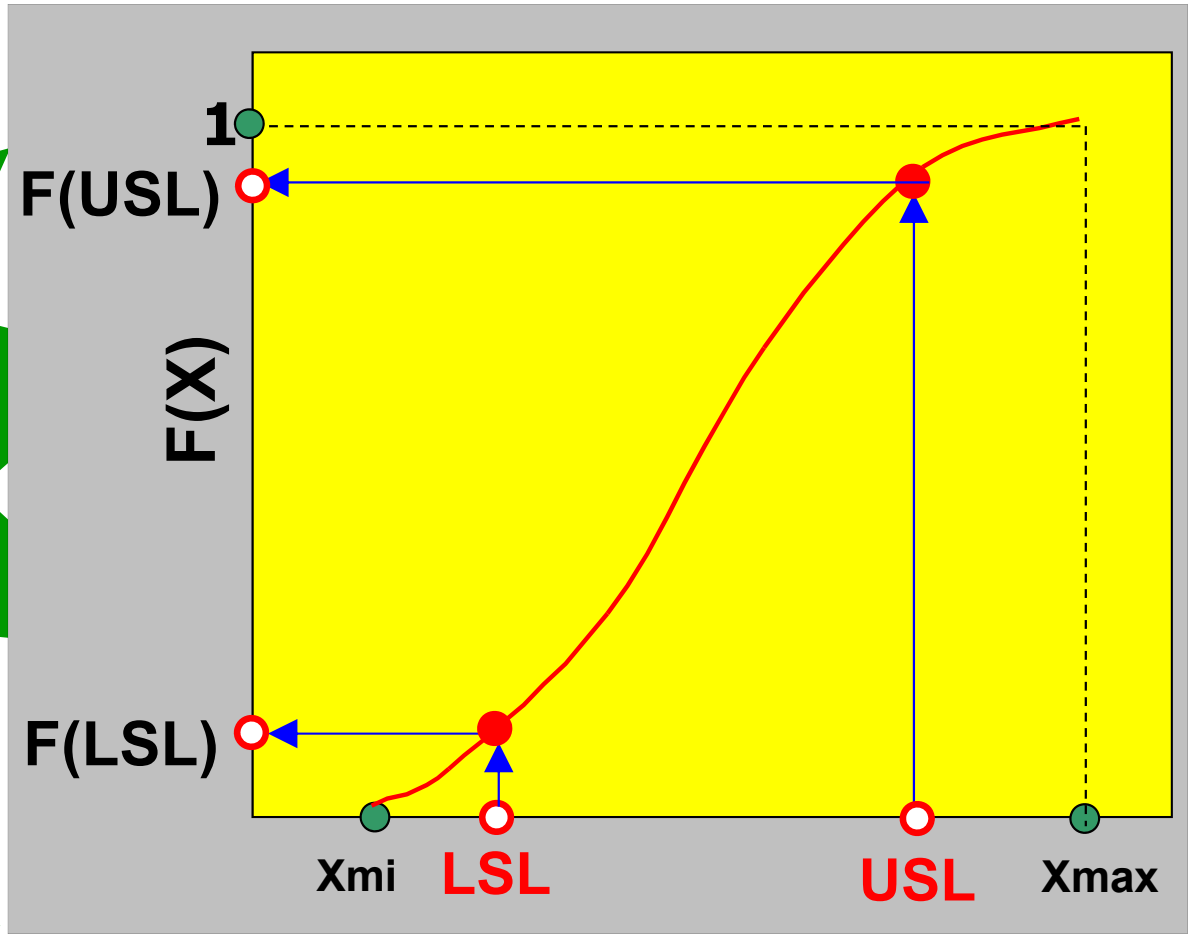
- Так как фактический разброс толщины меньше допустимого, процесс прокатки обеспечивает получение продукции заданного качества по толщине.

КАКОЙ ВЫХОД ГОДНОЙ ПРОДУКЦИИ?

- Так как фактический разброс толщины меньше допустимого, выход годного по толщине равен 100%

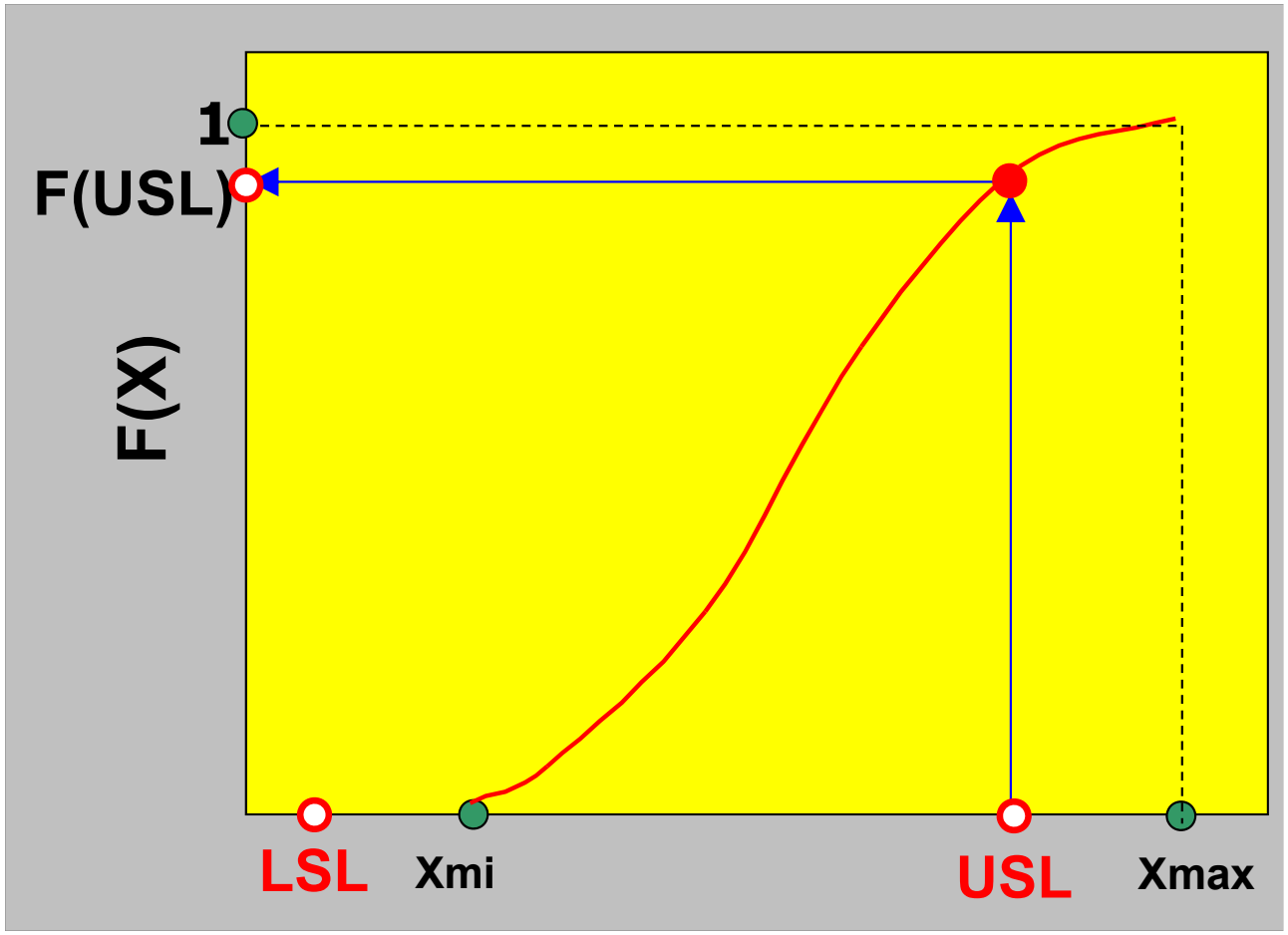
КАК ОПРЕДЕЛИТЬ ВЫХОД ГОДНОГО, ЕСЛИ ФАКТИЧЕСКИЙ РАЗБРОС БОЛЬШЕ ДОПУСТИМОГО?

Неободимо применить функцию распределения (кумулятивную кривую)



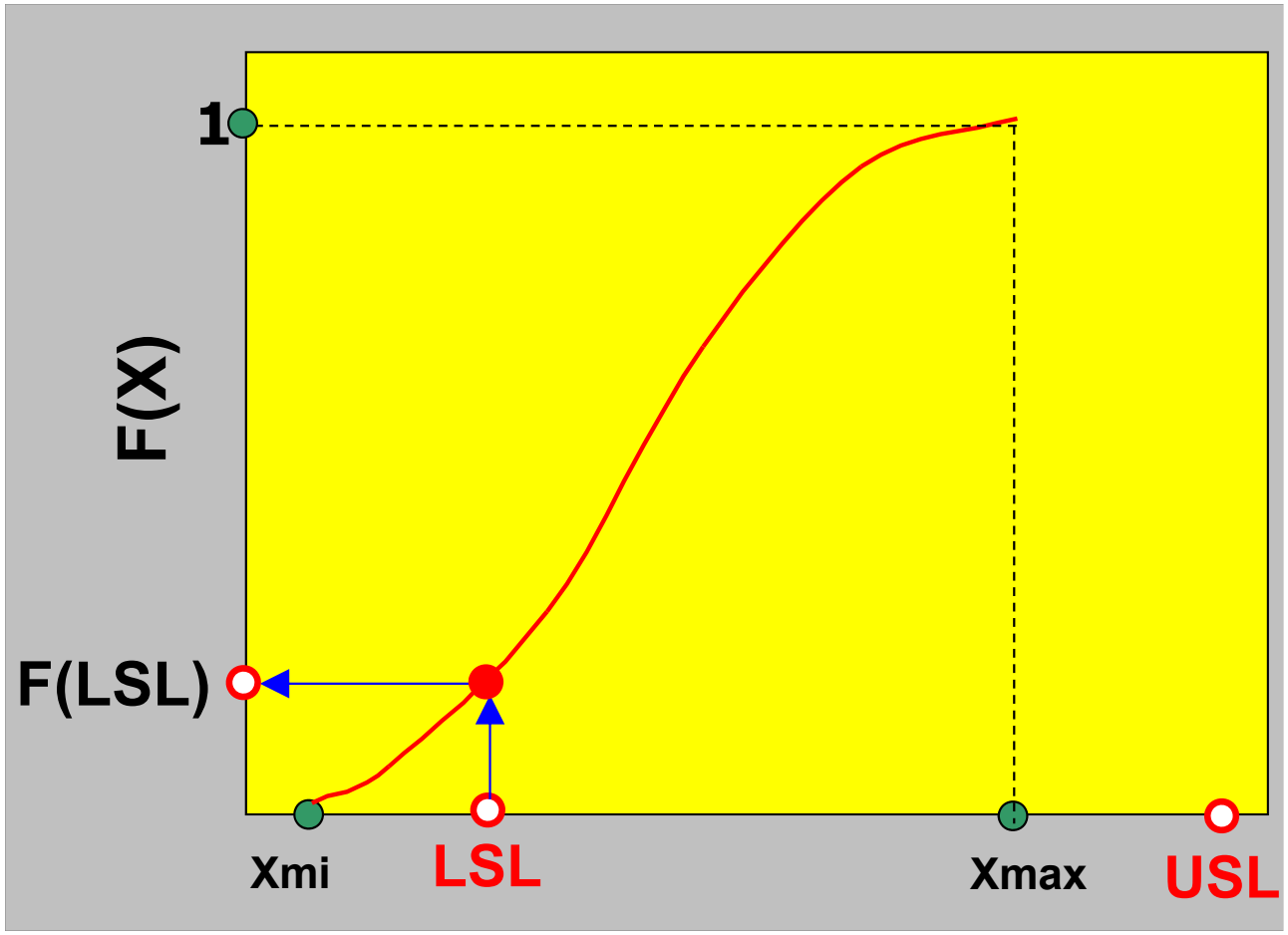
$$Q=100x[F(USL)-F(LSL)],\ \%$$

КАК ОПРЕДЕЛИТЬ ВЫХОД ГОДНОГО, ЕСЛИ Xmax > USL?



Q=100xF(USL), %

КАК ОПРЕДЕЛИТЬ ВЫХОД ГОДНОГО, ЕСЛИ Xmin < LSL?



$$Q=100x[1-F(LSL)], \%$$

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул: Учебн. пособие для втузов, 2-е изд., перераб. и доп. М., Высш. шк . , 1988. 239 с.
2. Минько А.А. Статистический анализ в MS Excel. М., Изд. дом «Вильямс», 2004. 448 с.
3. Румянцев М.И. Обработка и анализ выборки. Магнитогорск, МГТУ, 2003.