Левандовский С.А.© 2017
к курсу лекций «Метрология, стандартизация и сертификация»

ОБРАБОТКА И АНАЛИЗ ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ, ПОЛУЧЕННОЙ В РЕЗУЛЬТАТЕ ИЗМЕРЕНИЙ

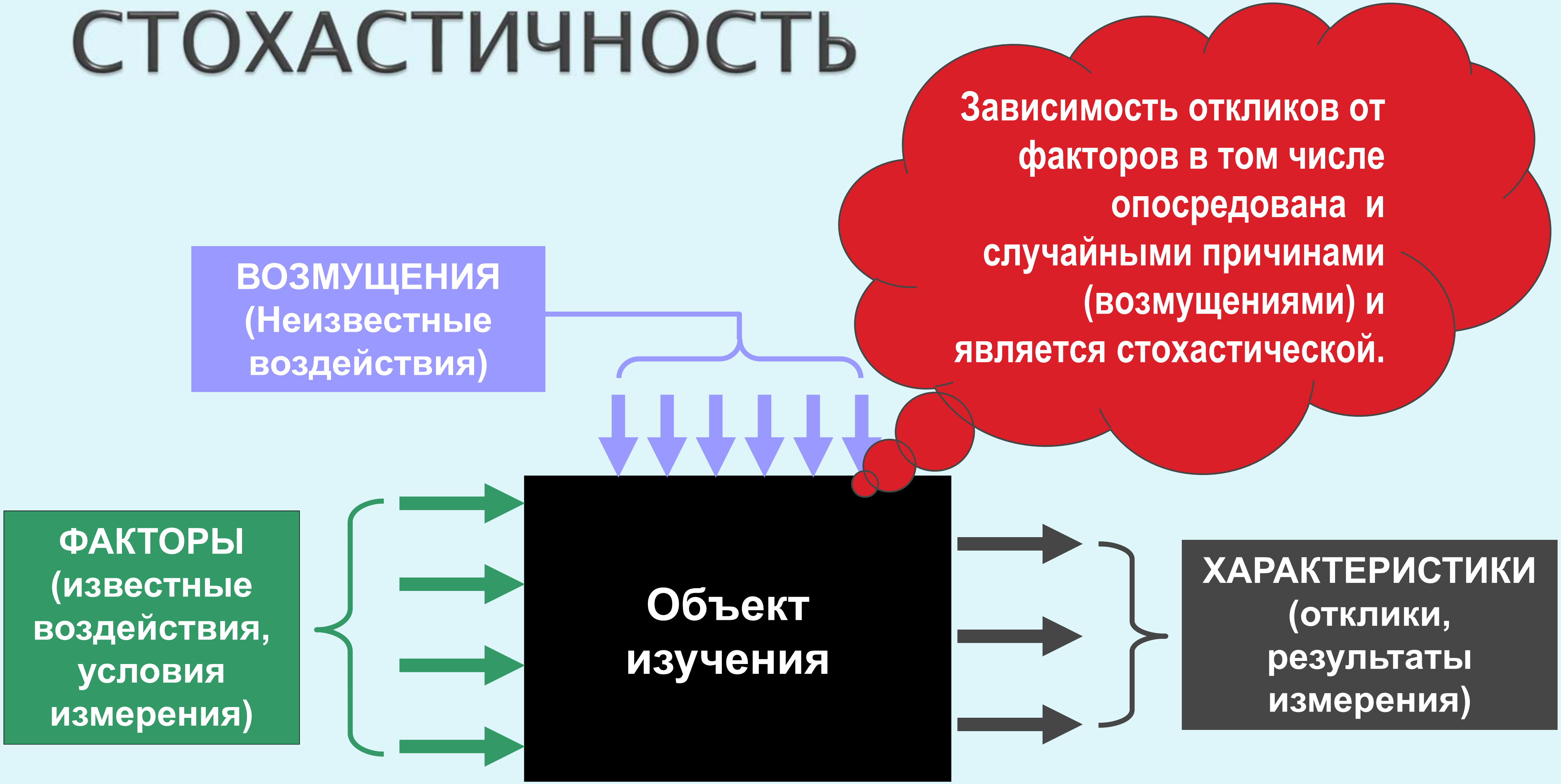
ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ

На основе материалов профессора
Румянцева Михаила Игоревича ©,
ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова»
Магнитогорск, 2007-2017

ЦЕЛЬ ОБРАБОТКИ И АНАЛИЗА ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

Сделать надежные выводы о результатах измерений на основании массива числовых данных, полученных в результате наблюдений за объектом изучения.

СТОХАСТИЧНОСТЬ



Стохастичность зависимости проявляется, например, в том, что при одних и тех же значениях факторов в различные моменты времени будут обнаружены различные значения отклика

СЛУЧАЙНЫЙ ХАРАКТЕР ЧИСЛОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

- Из-за наличия возмущений, числа в массиве данных (результаты измерения), на основании которых необходимо делать выводы об объекте, представляют собой значения случайных величин.

Другой причиной случайного характера информации могут быть различные погрешности измерения

СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА

- ✓ Величина, которая в результате измерения может принять то или иное заранее неизвестное значение
- ✓ Величины, которые могут принимать в результате измерения различные значения, причем до измерения невозможно предвидеть, какими именно они будут
- ✓ Величина, измеряемая в исследуемых экспериментах, исходы которых заранее не известны и зависят от случайных причин
- ✓ Величина, принимающая в зависимости от случая те или иные значения с определёнными вероятностями.

Всякая случайная величина X обладает тем свойством, что при производстве в неизменных условиях n наблюдений будут зарегистрированы неодинаковые значения χ_1, χ_2, …, χ_n, среди которых, однако, могут встречаться и повторяющиеся.

ТИПЫ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

- ДИСКРЕТНАЯ
- НЕПРЕРЫВНАЯ

ДИСКРЕТНАЯ СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА

Принимает лишь **отдельные, изолированные одно от другого значения**.

Таким свойством обладают атрибутивные признаки (цвет предмета, сорт продукции, годное или бракованное изделие и т. д.).

Отдельные значения подобных параметров определяются путем счета и поэтому **значениями дискретной случайной величины могут быть только натуральные числа**.

НЕПРЕРЫВНАЯ СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА

Принимает **любые вещественные значения** из некоторого свойственного ей числового интервала.

Таким свойством обладают количественные признаки (механические свойства материала, фактические размеры продукции, производительность агрегата при обработке конкретного профилеразмера и т. п.) Отдельные значения таких параметров **определяются путем измерений или расчетов** и поэтому **могут быть любыми действительными числами**.

СВОЙСТВА СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

- ИСТИННОЕ ЗНАЧЕНИЕ

  Случайная величина имеет такое единственное значение, к которому тяготеют все остальные. Характеристика – *математическое ожидание*

- ВАРИАЦИЯ

  Наблюдаемые значения случайной величины рассеяны относительно **математического ожидания** (отклоняются от него) в соответствии с особенностями, объективно присущими данной случайной величине.

  Характеристики:

  - *дисперсия*
  - *стандартное отклонение (стандарт)*

ЗАКОНОМЕРНОСТИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

- ОГРАНИЧЕННЫЙ ИНТЕРВАЛ ВАРЬИРОВАНИЯ
- ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

ОГРАНИЧЕННОСТЬ ИНТЕРВАЛА ВАРЬИРОВАНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Случайная величина может принимать значения **только из интервала**, величина и **положение которого на числовой оси обусловлены ее физической природой**.

Случайность проявляется лишь в том, что значение, которое будет обнаружено в некоторый момент наблюдения, заранее не известно.

ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Каждое возможное значение случайной величины **проявляется** внутри интервала ее варьирования **с совершенно определенной вероятностью**.

Совокупность возможных значений случайной величины и соответствующих им вероятностей появления называются **законом распределения вероятности** (законом распределения, распределением) данной случайной величины

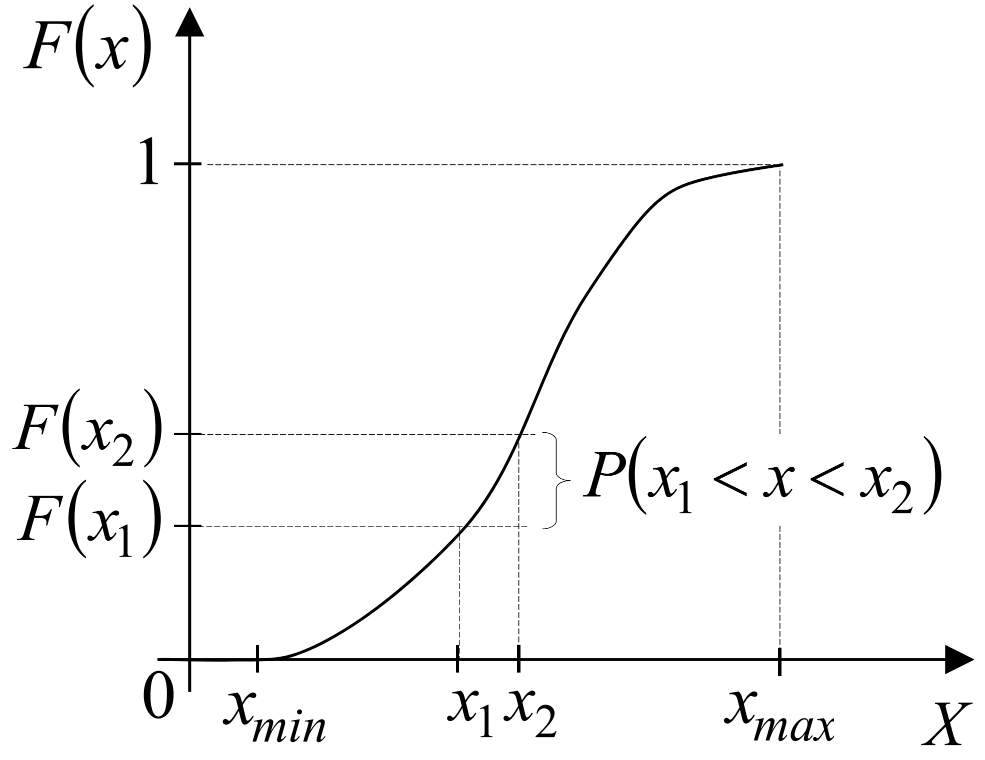
ФОРМЫ ОТОБРАЖЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

- <u>ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ</u> (Dencity Function)
- <u>ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ</u> (Distribution Function)

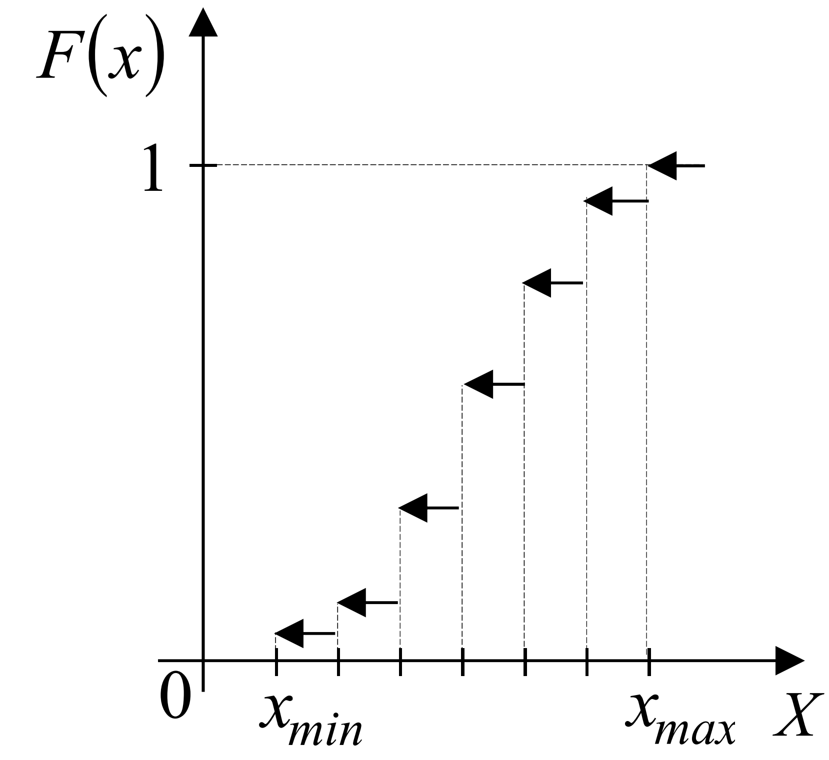
ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
(Dencity Function)

Отображает вероятность события, заключающегося в том, что случайная величина (например X) примет значение меньше, чем произвольное действительное число x

$$F(x) = P(X < x)$$



Для непрерывной величины

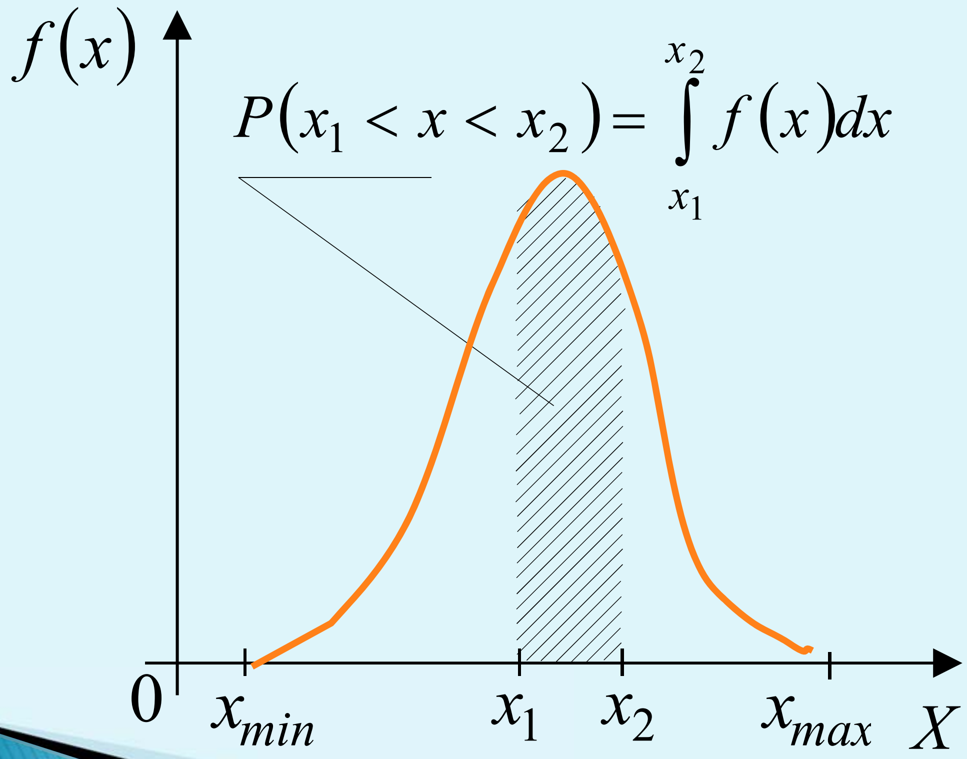


Для дискретной величины

ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ (Distribution Function)

$$f(x) = P(x_1 < X < x_2)$$

Отображает вероятность события, состоящего в том, что произвольное значение x случайной величины X находится в некотором наперед заданном интервале $\{x_1; x_2\}$.



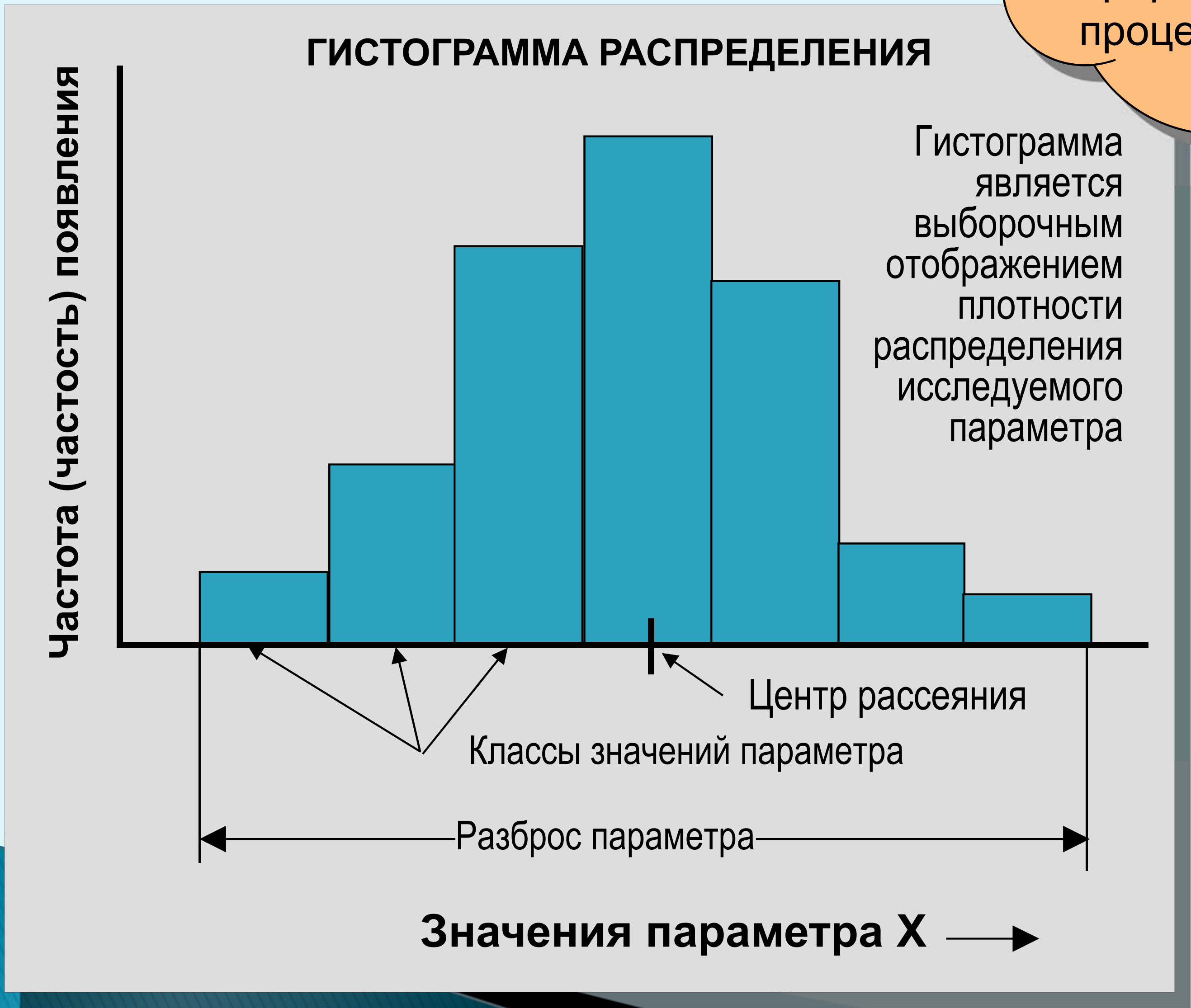
Если функция распределения данной случайной величины непрерывна и дифференцируема, то

$$f(x) = F'(x)$$

ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД ИЗУЧЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

$\{\chi_i\}_N$

ГЕНЕРАЛЬНАЯ СОВОКУПНОСТЬ
полное множество возможных значений параметра
в соответствии с его физической природой и особенностями процесса

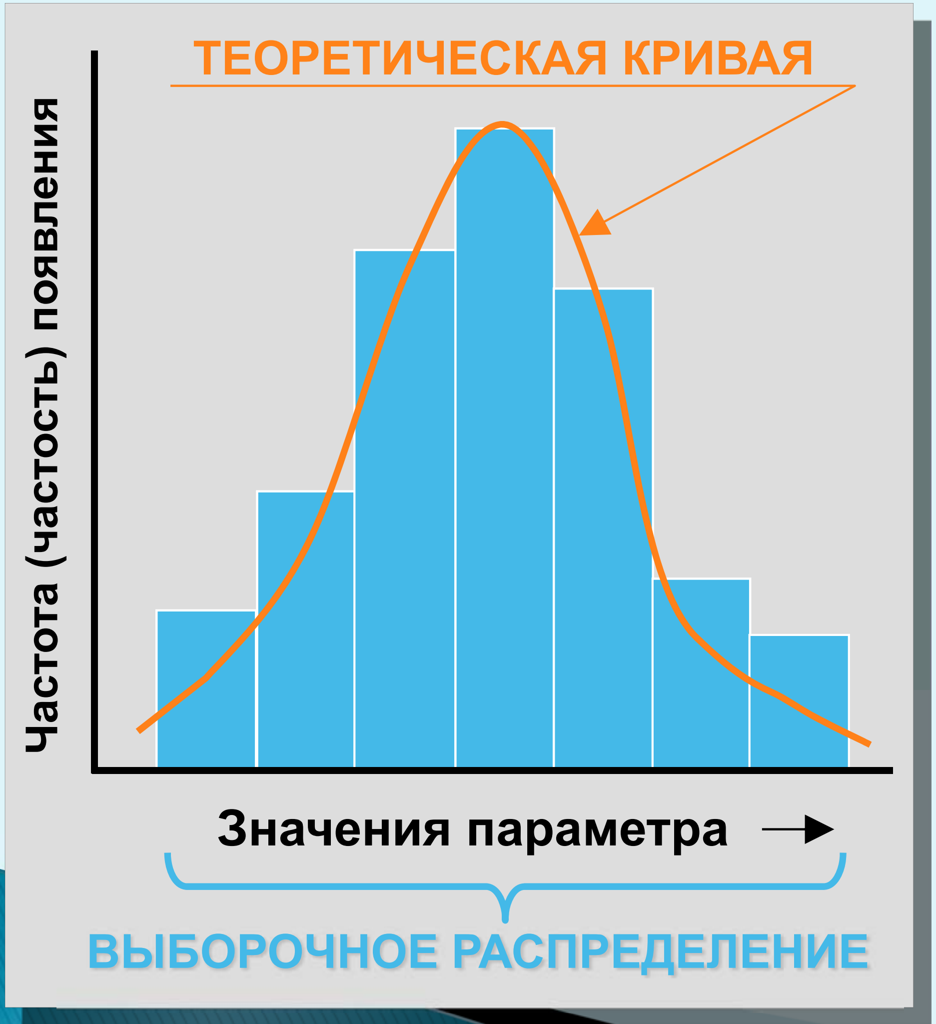


ВЫБОРКА
ограниченное множество значений, обнаруженных за время наблюдения
$\{x_i\}_n$

ОПИСАТЕЛЬНЫЕ СТАТИСТИКИ

ОПИСАТЕЛЬНЫЕ СТАТИСТИКИ

Количественные оценки характеристик исследуемого параметра с учетом его стохастичности



- Характеристики положения:
  - Среднее выборочное
  - Мода
  - Медиана
  - …
- Характеристики рассеяния (вариации):
  - Размах (интервал)
  - Дисперсия
  - Стандартное отклонение
  - …
- Закон распределения (теоретическая кривая)

НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Распределение *непрерывной* случайной величины, для которого характерна плотность распределения вида

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

μ– математическое ожидание (характеристика положения истинного значения случайной величины). Выборочная оценка – *среднее выборочное.*

$$\mu\approx\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$$

σ - стандартное отклонение (характеристика вариации случайной величины). Выборочная оценка – *выборочное стандартное отклонение:*

$$\sigma\approx s=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$$

ОСОБЕННОСТИ ПЛОТНОСТИ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

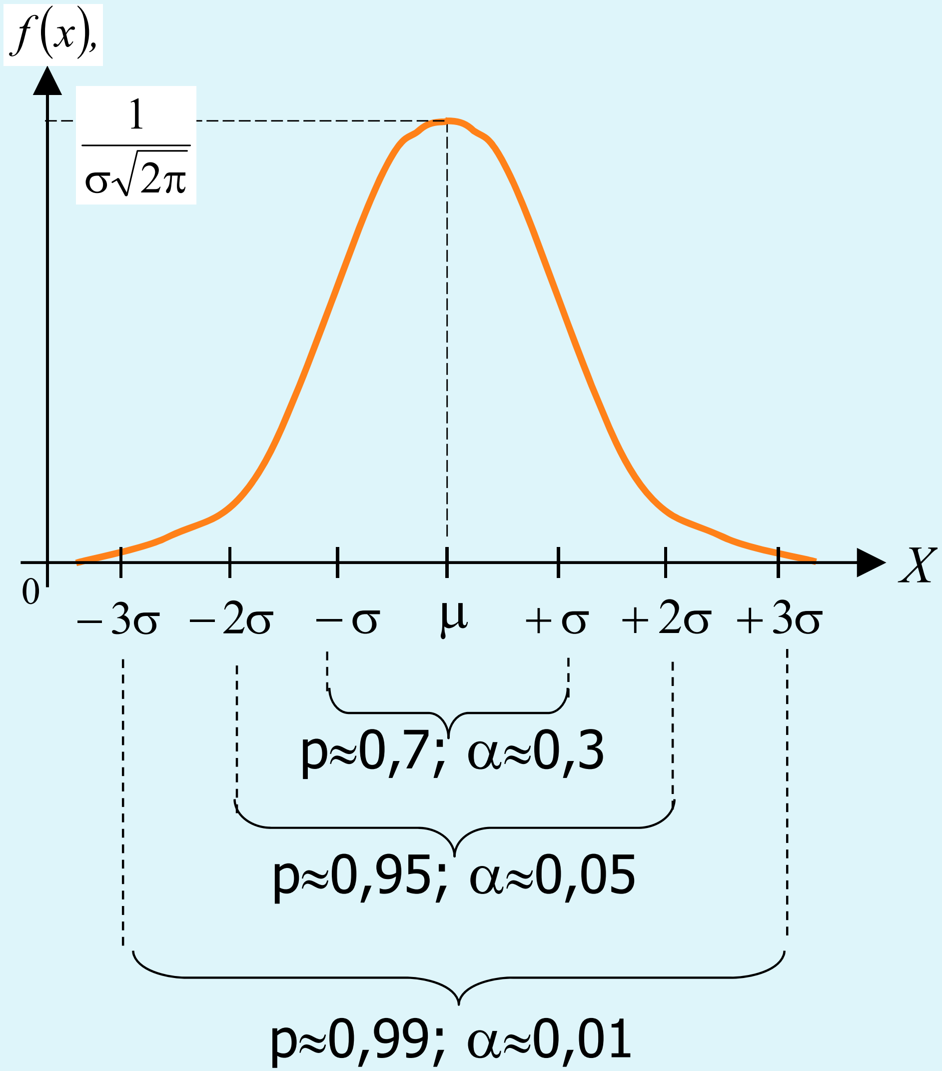
1. Кривая плотности распределения симметрична относительно μ и при этой абсциссе достигает максимума, который равен

$$f_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} = \frac{0{,}3989}{\sigma}$$

2. Если *независимые* случайные величины X_1 и X_2 имеют нормальные распределения, то для произвольных чисел α и β величина $Y = \alpha X_1 + \beta X_2$ также имеет нормальное распределение, причем

$$\mu_Y = \alpha\mu_{X1} + \beta\mu_{X2}$$

$$\sigma_Y = \sqrt{\alpha^2\sigma^2_{X1} + \beta\sigma^2_{X2}}$$



Доверительная вероятность и уровень значимости

Доверительная вероятность p	Уровень значимости α
▸ Вероятность правильного вывода ▸ Вероятность того, что событие произойдет	▸ Вероятность ошибочного вывода ▸ Вероятность того, что событие не произойдет

$$p+\alpha=1$$

СТАНДАРТНОЕ НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Распределение *непрерывной* случайной величины, для которого характерна плотность распределения вида

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$$

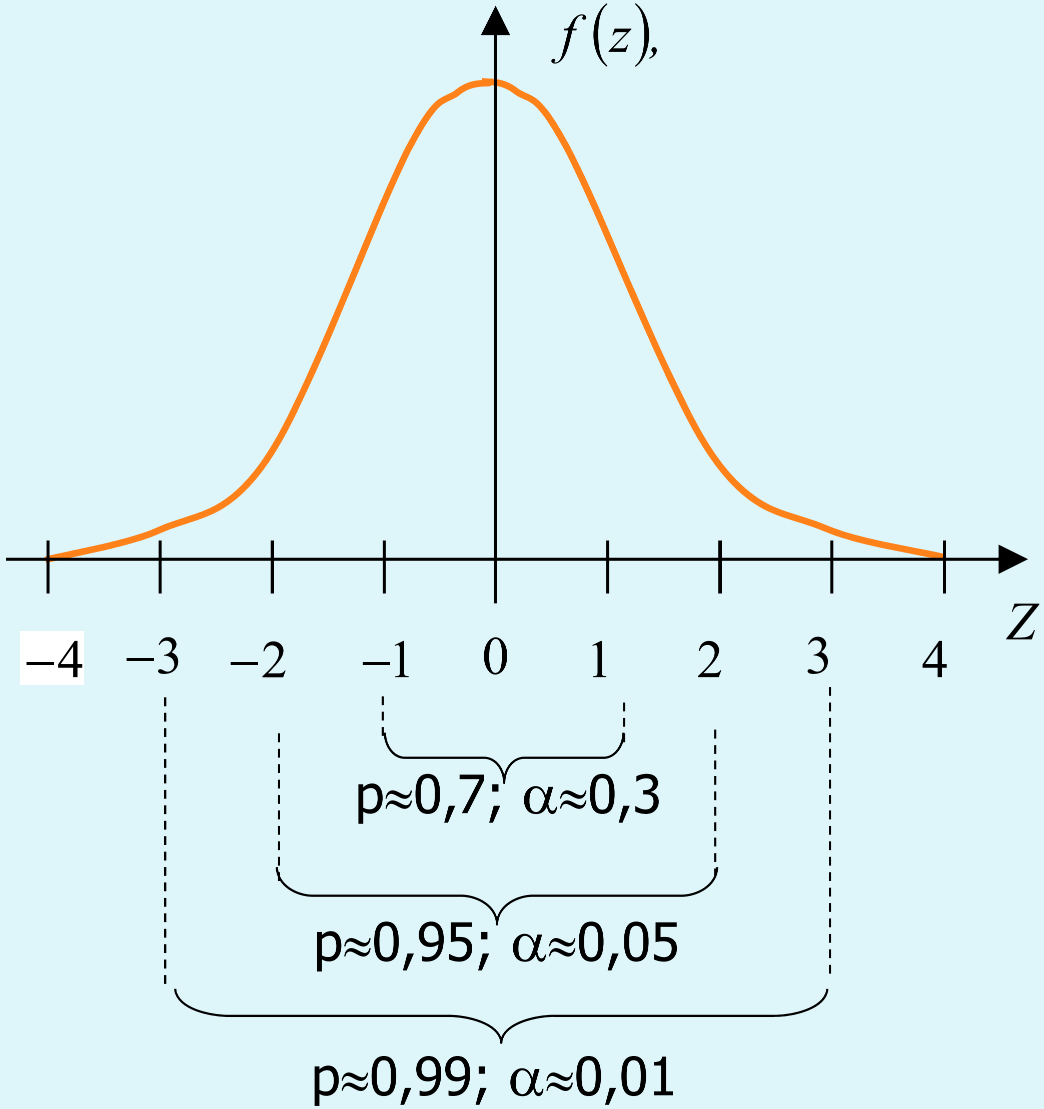
Кривая Гаусса

z – нормированное значение случайной величины:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

ОСОБЕННОСТИ СТАНДАРТНОГО НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1. Плотность стандартного нормального распределения симметрична относительно оси ординат и имеет максимум, равный 0,3989.
2. Плотность стандартного нормального распределения является четной функцией, т.е. f(z)=f(-z).
3. При |z|=4 плотность стандартного нормального распределения равна нулю: f(4)=f(-4)=0.
4. Значение функции ненормированного нормального распределения равно значению функции стандартного нормального распределения.



РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Румянцев М.И., Левандовский С.А., Ручинская Н.А., Черкасов К.Е., Логинов А.В. Статистические методы для обработки и анализа числовой информации, контроля и управления качеством проката. Магнитогорск, ГОУ ВПО «МГТУ», 2015. 260 с.

2. Львовский Е.Н. Статистические методы построения эмпирических формул: Учебн. пособие для втузов, 2-е изд., перераб. и доп. М., Высш. шк . , 1988. 239 с.

3. Минько А.А. Статистический анализ в MS Excel. М., Изд. дом «Вильямс», 2004. 448 с.