

9.1. Сущность и типы контрольных карт

Контрольные карты (КК) считают одним из наиболее важных инструментов статистического управления качеством. Они представляют собой относительно простое графическое средство оценки управляемости (стабильности) процесса по результатам сравнения отдельных измерений с заданными контрольными границами (рис. 9.1).



Рис. 9.1 Общий вид контрольной карты

Общий подход к построению различных карт сводится к следующему:

1. Проводятся последовательные измерения значений контролируемого показателя.
2. Измерения группируются в выборки, состоящие из нескольких измерений.

3. Для каждой выборки рассчитывается некоторая числовая характеристика, анализ которой позволяет оценить соответствие процесса определенным требованиям. Важно иметь в виду, что характеристика представляет собой не абсолютные значения контролируемого показателя качества, а статистическую оценку его изменчивости.

4. Устанавливаются центральная или средняя линия процесса (CL - center line) а также верхняя (UCL - upper control limit) и нижняя (LCL - lower control limit) контрольные границы для анализируемой числовой характеристики.

5. Если числовая характеристика выходит за контрольные границы, или в расположении точек наблюдаются некоторые тенденции (они будут рассмотрены ниже) то делается вывод о потере качества на соответствующей выборке.

Наблюдаемые на контрольных картах отклонения изучаемой характеристики (например - показателя качества) происходят под воздействием различных причин, которые могут быть классифицированы на две группы: обычные и особые. К обычным причинам относят естественные возмущения, такие как вибрации, колебания питающих напряжений, температуры, влажности и т.п. Особыми причинами являются возмущения, которые проявляются при нарушении условий нормальной организации или нормального осуществления процесса (сдвиг шкалы измерительного прибора, разладка или поломка технологического оборудования, несоответствие сырья или комплектующих техническим условиям по номинальному значению).

Средняя линия и границы регулирования отображают закономерности вариации контролируемой характеристики при нормальном осуществлении процесса, т. е. при отсутствии особых причин. Ордината средней линии соответствует статистической оценке положения, а контрольные границы – наибольшему и наименьшему пределам объективно присущего ей интервала варьирования. Если оценку положения контролируемой характеристики условно обозначить как $\hat{\chi}$, а стандартное отклонение данной оценки контролируемой характеристики как s_{χ} , то можно записать:

$$CL = \hat{\chi}; \quad (9.1)$$

$$UCL_{\hat{\chi}} = \hat{\chi} + \xi_U s_{\chi}; \quad (9.2)$$

$$LCL_{\hat{\chi}} = \hat{\chi} - \xi_L s_{\chi}, \quad (9.3)$$

где ξ_U и ξ_L - коэффициенты, значения которых зависят от доверительной вероятности и особенностей распределения контролируемой характеристики.

Основная цель использования контрольных карт – обнаружить и отделить случайные отклонения, связанные с обычными причинами, от отклонений, вызванных действием особых причин.

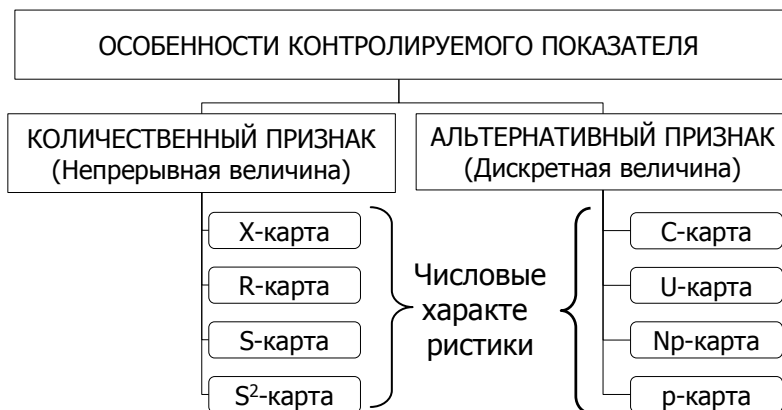


Рис. 9.2. Классификация контрольных карт по типу контролируемой величины

Впервые этот инструмент был предложен в 1924 году Уолтером Шухартом (Shewhart), но к настоящему времени разработано большое количество контрольных карт. В частности, по назначению они делятся на три вида: КК Шухарта, приемочные и адаптивные. Имеется также классификация в зависимости от особенностей контролируемой величины (рис. 9.2). В данном случае под особенностями имеется в виду тип контролируемой характеристики как случайной величины – непрерывная или дискретная.

Напомним, что дискретная случайная величина принимает лишь отдельные, изолированные одно от другого значения. Таким свойством обладают атрибутивные признаки (цвет предмета, сорт продукции, годное или бракованное изделие и т. д.).

Непрерывная случайная величина принимает любые значения из некоторого свойственного ей числового интервала. Таким свойством обладают количественные признаки (механические свойства материала, фактические размеры продукции, производительность агрегата при обработке конкретного профиля размера и т. п.).

Поясним особенности карт, указанных на рис. 9.2.

Х-карта. Отображает изменчивость выборочных характеристик положения показателя качества (среднего \bar{x} или медианы \tilde{x}). Позволяет контролировать смещения фактических показателей от целевого значения.

Р-карта. Отображает изменчивость фактического интервала варьирования (размаха). Позволяет контролировать соответствие размаха полю допуска.

S-карта. Отображает изменчивость выборочного стандартного отклонения. Позволяет контролировать динамику степени изменчивости анализируемого показателя.

S²-карта. Отображает изменчивость выборочной дисперсии. Позволяет контролировать динамику степени изменчивости анализируемого показателя

C-карта. Отображает изменчивость числа дефектов (в партии, в день, на один станок и т.п.) в тех случаях, когда обнаружение дефекта является редким событием

U-карта. Отображает изменчивость относительной частоты дефектов (т.е. отношения числа обнаруженных дефектов к числу проверенных единиц продукции) в тех случаях, когда вероятность дефекта является редким событием. Удобно использовать при анализе партий различного объема.

Нр-карта. Отображает изменчивость числа дефектов, когда обнаружение дефекта не является редким событием (например, происходит более чем у 5% проверенных единиц продукции).

Р-карта. Отображает изменчивость процента обнаруженных дефектных изделий (в расчете на партию, в день, на станок и т.д.), когда обнаружение дефекта не является редким событием.

В литературе, посвященной управлению качеством с применением контрольных карт, указывают на следующие достоинства карт по альтернативному признаку:

1. Отображают состояние производства с учетом всех аспектов качества анализируемой продукции
2. Иногда позволяют обойтись без применения дорогих точных приборов и длительных измерительных процедур.
3. Более понятны менеджерам, которые не разбираются в особенностях статистических характеристик.

Применительно к картам по количественному признаку указывают, что они являются наиболее чувствительными индикаторами ухудшения качества и предупреждают о возможных проблемах задолго до того, как в процессе производства резко возрастет доля бракованных изделий.

9.2. Построение карты $\bar{x} - R$

Карты по количественному признаку могут отобразить изменчивость качества, как по разбросу, так и по положению. Поэтому их следует анализировать попарно: одна карта для характеристики разброса и другая — для характеристики положения. Наиболее часто используется пара карт \bar{x} и R , где \bar{x} — это среднее значение небольшой подгруппы данных (мера положения), R — это размах значений внутри каждой подгруппы (мера разброса).

Рекомендуется следующий порядок построения карты $\bar{x} - R$:

1. Отобрать выборку объемом $n_j=4-5$, произвести измерения и расчеты выборочных значений.
2. Довести число единичных выборок до $k=20-25$.
3. Вычислить общее среднее $\bar{\bar{x}}$ и средний размах $\bar{\bar{R}}$:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \bar{x}_j; \quad (9.4)$$

$$\bar{\bar{R}} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k R_j, \quad (9.5)$$

где \bar{x}_j и R_j - среднее и размах j -й выборки:

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}; \quad (9.6)$$

$$R_j = x_{\max.j} - x_{\min.j}; \quad (9.7)$$

4. Рассчитать верхние (UCL) и нижние (LCL) границы регулирования:

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{\bar{R}}; \quad (9.8)$$

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{\bar{R}}; \quad (9.9)$$

$$LCL_{\bar{R}} = D_3 \bar{\bar{R}}; \quad (9.10)$$

$$UCL_{\bar{R}} = D_4 \bar{\bar{R}}. \quad (9.11)$$

где коэффициенты A_2 , D_3 и D_4 выбираются в зависимости от объема отдельной выборки в соответствии с табл. 9.1. Если объем единичной выборки $n_j < 7$, необходимо принимать $D_3 = 0$.

Таблица 9.1

Значения коэффициентов для расчета
границ регулирования карт \bar{x} и R

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D_4	3,27	2,57	2,28	2,11	2,00	1,92	1,86	1,82	1,78
D_3	*	*	*	*	*	0,08	0,14	0,18	0,22
A_2	1,88	1,02	0,73	0,58	0,48	0,42	0,37	0,34	0,31

5. Рассчитать и нанести на карты средние линии (CL) и границы регулирования. Для карты средних значений средняя линия совпадает с общим средним ($CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}}$), а для карты размахов – со средним размахом ($CL_R = \bar{R}$). Напомним, что общее среднее и средний размах рассчитываются по формулам (9.4) и (9.5) соответственно.

6. Отобразить на карте выборочные значения.

9.3. Построение карты $\bar{x} - R$ в MS Excel

Рассмотрим построение карты $\bar{x} - R$, отображающей результаты мониторинга за толщиной горячекатаных полос, прокатываемых на ШСГП 2000 на номинальные размеры 2,5×1250 мм. Условия проведения мониторинга и результаты контроля приведены на рис. 9.3, где изображен контрольный листок, являющийся основанием для построения контрольной карты. Заметим, что форма контрольного листка не стандартизирована и может отличаться от использованной в данном примере.

Номинальное значение (ячейка С6), нижняя (LSL) и верхняя (USL) границы допуска для анализируемого признака заносятся в ячейки С7 и С8 с клавиатуры на основании нормативного документа, каковым для данного случая является ГОСТ 19903.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Контрольная карта		$\bar{x} - R$	№								
2	Цех		ЛПЦ-10			Частота контроля			1 в 2 часа			
3	Продукция		полоса пк 2,5х1250			Объем выборки			5 шт			
4	Признак		Толщина			Период			01.03.06-05.03.06			
5	Спецификация		ГОСТ 19903			Кто контролировал			МГТУ			
6	Номинал		2,50 мм			Расчеты произвел			Румянцев			
7	Нижняя гр. допуска LSL		2,32 мм			Характеристика			\bar{x}	R		
8	Верхняя гр. допуска USL		2,68 мм			Средняя линия	CL		2,50	0,20		
9						Верхняя граница	UCL		2,61	0,43		
10						Нижняя граница	LCL		2,38	0,00		
11							A3		0,58			
12							D3		-	0,00		
13							D4		-	2,11		
14												
15												
16												
17	Дата	Время	№ выборки	Наблюдения					Σ	\bar{x}_j	R_j	
18				1	2	3	4	5				
19	01.03.2006	10	1	2,23	2,43	2,45	2,45	2,43	11,99	2,40	0,22	
20		12	2	2,55	2,51	2,55	2,59	2,47	12,67	2,53	0,12	
21		14	3	2,41	2,60	2,36	2,51	2,54	12,41	2,48	0,24	
22		16	4	2,37	2,55	2,50	2,44	2,52	12,39	2,48	0,19	
23	02.03.2006	18	5	2,54	2,47	2,34	2,48	2,62	12,46	2,49	0,28	
24		10	6	2,35	2,59	2,52	2,43	2,59	12,48	2,50	0,24	
25		12	7	2,47	2,65	2,45	2,63	2,40	12,60	2,52	0,25	
26		14	8	2,51	2,62	2,53	2,58	2,59	12,83	2,57	0,11	
27	03.03.2006	16	9	2,58	2,56	2,40	2,54	2,54	12,64	2,53	0,18	
28		18	10	2,41	2,53	2,58	2,40	2,52	12,44	2,49	0,18	
29		10	11	2,60	2,56	2,44	2,42	2,46	12,48	2,50	0,19	
30		12	12	2,49	2,35	2,49	2,47	2,61	12,42	2,48	0,26	
31	04.03.2006	14	13	2,57	2,48	2,47	2,39	2,55	12,46	2,49	0,18	
32		16	14	2,44	2,46	2,39	2,48	2,51	12,29	2,46	0,12	
33		18	15	2,54	2,47	2,41	2,52	2,45	12,39	2,48	0,12	
34		10	16	2,48	2,43	2,42	2,49	2,43	12,25	2,45	0,08	
35	05.03.2006	12	17	2,57	2,66	2,50	2,48	2,55	12,75	2,55	0,19	
36		14	18	2,59	2,45	2,62	2,38	2,57	12,60	2,52	0,24	
37		16	19	2,45	2,54	2,45	2,46	2,63	12,52	2,50	0,18	
38		18	20	2,39	2,49	2,56	2,48	2,56	12,48	2,50	0,17	
39	06.03.2006	10	21	2,67	2,39	2,50	2,45	2,40	12,40	2,48	0,28	
40		12	22	2,46	2,50	2,55	2,71	2,54	12,76	2,55	0,24	
41		14	23	2,35	2,61	2,44	2,43	2,52	12,34	2,47	0,27	
42		16	24	2,47	2,60	2,43	2,49	2,41	12,40	2,48	0,19	
43		18	25	2,40	2,77	2,63	2,41	2,41	12,61	2,52	0,37	
44												

Рис. 9.3. Фрагмент рабочего листа *MS Excel* с исходными данными для построения контрольных карт

Сначала необходимо заполнить ячейки с результатами наблюдений (D19:H43), а затем произвести вычисления в столбцах Σ (сумма значений по отдельной выборке), а также анализируемых характеристик - \bar{x}_j (выборочное среднее) и R_j (выборочный размах). Для этого используем соответствующие статистические функции. Например, для выборки 1 (строка 19):

в ячейке I19 =СУММ(D19:H19)
в ячейке J19 =CPЗНАЧ(D19:H9)

в ячейке K19 =МАКС(D19:H9)-МИН(D19:H9)

Далее необходимо вычислить координаты средней (CL), верхней (UCL) и нижней (LCL) контрольных линий для обеих характеристик. Сначала необходимо выбрать из табл. 9.1 соответствующие значения коэффициентов A_2 , D_3 , D_4 и ввести их с клавиатуры в ячейки J11:K13. Затем в ячейках J8:K10 запрограммировать:

в ячейке J8 =CPЗНАЧ(J19:J43)
 в ячейке J9 =J8+J11*K8
 в ячейке J10 =J8-J11*K8
 в ячейке K8 =CPЗНАЧ(K19:K43)
 в ячейке K9 =K8*K13
 в ячейке K10 =K8*K12

Для построения контрольных карт рекомендуется применить диаграмму типа «График» (рис. 9.4).

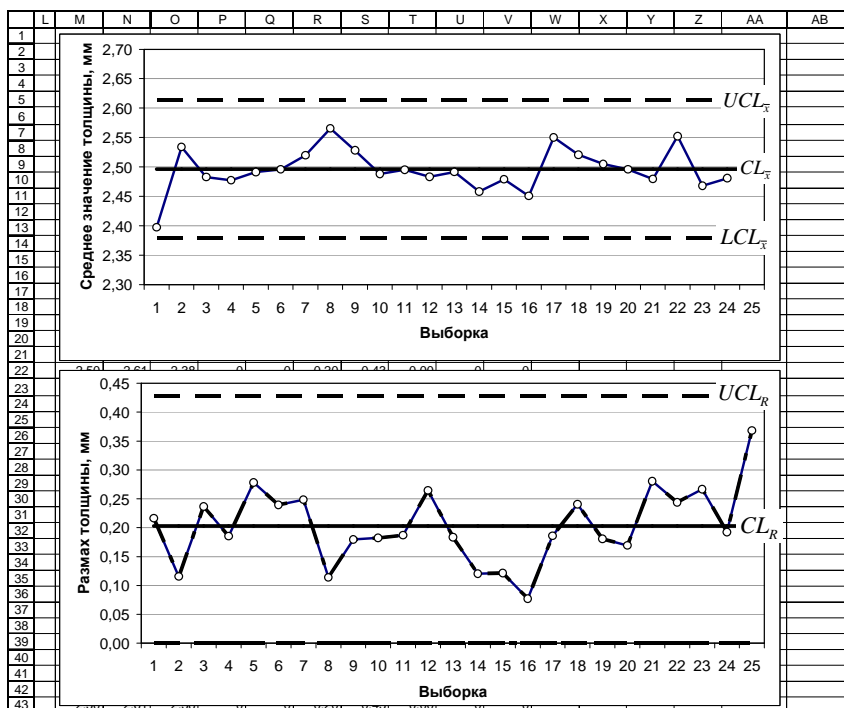


Рис. 9.4. Контрольные карты для среднего (а) и размаха (б) толщины

Изменчивость среднего значения толщины на X-карте отображается рядом данных, для которого подписи по оси абсцисс заданы ссылкой C19:C43, а по оси ординат – ссылкой J19:J43. Изменчивость размаха толщины на R-карте отображается рядом, для которого подписи по оси абсцисс такие же, как и на X-карте, а по оси ординат заданы ссылкой K19:K43.

Для отображения на контрольных картах особых линий необходимо построить вспомогательную таблицу, которая на рис. 9.4 скрыта за диаграммами, но показана на рис. 9.5. Здесь в столбцах M, N и O записаны координаты $CL_{\bar{x}}$, $UCL_{\bar{x}}$ и $LCL_{\bar{x}}$, а в столбцах

P, Q и R - координаты CL_R ,

UCL_R и LCL_R . Значения указанных величин следует задавать ссылками на соответствующие ячейки контрольного листка. Например:

в ячейке M19 = \$J\$8
 в ячейке N19 = \$J\$9
 в ячейке O19 = \$J\$10
 в ячейке P19 = \$K\$8
 в ячейке Q19 = \$K\$9
 в ячейке R19 = \$K\$10

Для отображения, например, $CL_{\bar{x}}$ необходимо указать ряд данных, у которого подписи по оси абсцисс и ординат заданы ссылками C19:C43 и M19:M43.

	L	M	N	O	P	Q	R	S
15								
16		Особые линии контрольных карт						
17		X			R			
18		CL	UCL	LCL	CL	UCL	LCL	
19		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
20		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
21		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
22		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
23		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
24		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
25		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
26		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
27		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
28		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
29		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
30		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
31		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
32		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
33		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
34		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
35		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
36		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
37		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
38		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
39		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
40		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
41		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
42		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
43		2,50	2,61	2,38	0,20	0,43	0,00	
44								

Рис.9.5.Вспомогательная таблица для отображения на контрольных картах особых линий

9.4.Анализ контрольных карт

Анализ контрольной карты производится для того, чтобы обнаружить проявления особых причин. Признаками проявления особых причин являются:

1. Точки выше UCL или ниже LCL.
2. Длинная серия точек (7 и более) выше или ниже CL.
3. Возрастающая или убывающая длинная серия точек (тренд).
4. Иные проявления неслучайности:

- существенно более 2/3 точек расположены в средней трети области между UCL и LCL (сосредоточены вблизи средней линии CL)
- вблизи CL сосредоточены существенно менее 2/3 точек
- очевидные тренды в пределах коротких серий
- циклы трендов
- повторяющиеся различия результатов в пределах отдельных выборок (например, первое всегда больше остальных).

Ситуация, при которой на контрольной карте обнаруживаются точки выше или ниже контрольных линий изображена на рис. 9.6.

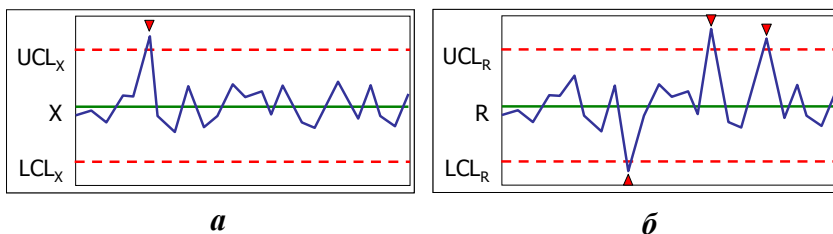


Рис. 9.6. Примеры контрольных карт среднего (а) и размаха (б) с выходом характеристик за контрольные границы

Применительно к X-карте причинами рассматриваемой ситуации могут быть:

1. Контрольная граница или нанесенные точки ошибочны.
2. Центр вариации сместился относительно CL либо в этой точке (возможно, частный случай), либо как часть тренда.
3. Изменилась измерительная система (например, другой прибор или контролер).

Если имеются точки, расположенные за нижней контрольной границе на R-карте, то возможными причинами могут быть:

1. Контрольная граница или нанесенная точка ошибочны;
2. Разброс распределения уменьшился (т.е. стал лучше);
3. Измерительная система изменилась (включая редактирование или искажение данных).

В случае обнаружения точек за верхней границей R-карты, необходимо проверить следующее:

1. Неверно вычислены контрольные границы или нанесены точки;
2. Разброс распределения увеличился (т.е. ухудшился) либо в одной точке, либо как часть тренда;
3. Изменилась измерительная система (например, другой прибор или контролер);

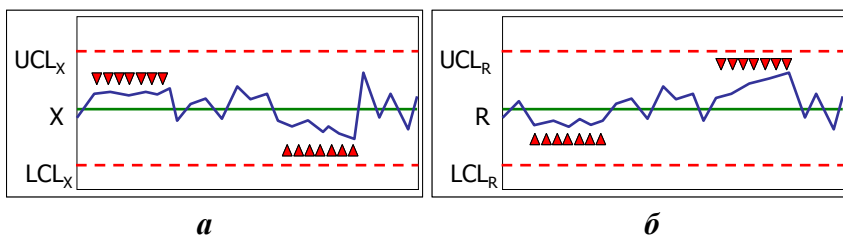


Рис. 9.7. Примеры контрольных карт среднего (а) и размаха (б) с длинными сериями точек

4. Измерительная система потеряла надлежащую разрешающую способность.

На рис. 9.7 приведены примеры контрольных карт с длинными сериями точек. Если длинная серия обнаружена на X-карте (рис. 9.7, а), это может означать следующее:

1. Среднее процесса изменилось и, возможно, такое изменение продолжается;
2. Произошли изменения в измерительной системе (дрейф, смещение настройки, ухудшение чувствительности и т.п.).

При обнаружении длинной серии ниже контрольной линии на R-карте (рис. 9.6, б) необходимо иметь в виду, что это является следствием следующих причин:

1. Произошло уменьшение разброса (настроенность улучшилась), что является положительным результатом, например, выполненного ранее усовершенствования процессов.
2. Произошло изменение в измерительной системе, которое может скрыть истинное изменение настроенности.

Длинная серия на R-карте, расположенная выше средней линии, может свидетельствовать о следующем:

1. Произошло увеличение разброса (ухудшение настроенности) в связи с временным действием особых причин (неисправность оборудования, ухудшение стабильности свойств материала и т.д.).
2. Произошло изменение в измерительной системе (например - применялся новый прибор или работал новый контролер).

На рис. 9.7 приведены примеры контрольных карт с большим количеством точек вблизи средней линии (рис.9.8, а) или вблизи границ (рис. 9.8,б).

В такой ситуации в первую очередь необходимо проверить правильность нанесения средней линии и границ регулирования.

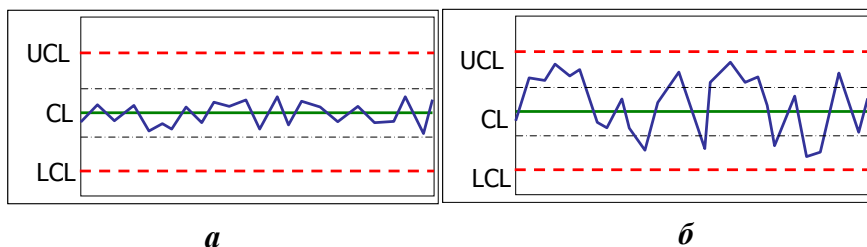


Рис. 9.8. Примеры контрольных карт с большим количеством точек вблизи средней линии (а) или вблизи контрольных границ (б)

Если они нанесены правильно, а точки сосредоточены вблизи средней линии, то причинами этого могут быть:

1. В каждой единичной выборке систематически смешиваются нестратифицированные данные.
2. Данные были отредактированы

Сосредоточенность точек вблизи контрольных границ означает, что в каждой единичной выборке смешиваются нестратифицированные данные.

Стратификация данных представляет собой группировку (расслаивание) статистических данных в зависимости от условий их получения и последующую обработку данных из каждой группы в отдельности. При исследовании производственных процессов рекомендуют стратифицировать данные методом «5М». В соответствии с ним данные обязательно должны быть сгруппированы по следующим признакам:

- **Man** (человек, оператор)
- **Machine** (оборудование)
- **Material** (материал, сырье)
- **Method** (способ обработки)
- **Measurement** (способ измерения, состояние измерительной системы).

9.5. Особенности контрольных карт других типов

9.5.1. Карты медиан и размахов ($Me - R$)

В данной паре карт в качестве характеристики положения анализируемого параметра используется выборочная медиана Me , причем на карте отмечаются также все индивидуальные значения (рис. 9.9). Несмотря на то, что медианы статистически не столь эффективны, как выборочные средние, карта медиан приводит к аналогичным решениям и имеет некоторые преимущества:

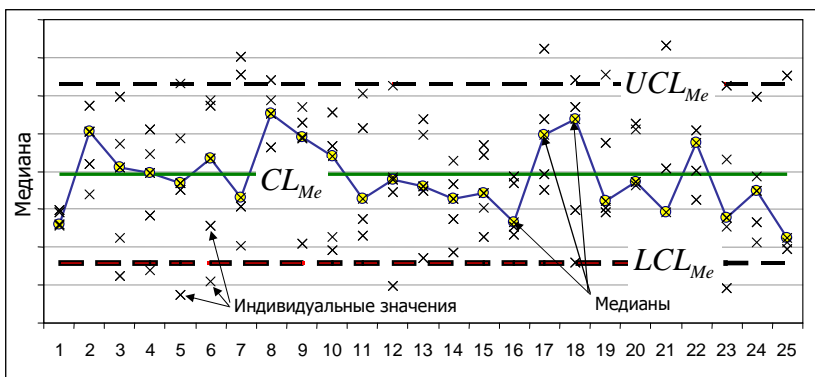


Рис. 9.9. Карта медиан

- вычислить медиану по формулам (3.2) или (3.3) значительно проще, чем выборочное среднее;
- карта медиан в виде индивидуальных значений показывает разброс результатов процесса, а в виде выборочных медиан отображает текущую изменчивость процесса;
- карту медиан можно использовать для сравнения результатов нескольких процессов или одного процесса на последовательных стадиях.

Так как распределение медианы отличается от распределения среднего выборочного, особые линии на карте медиан рассчитываются следующим образом:

$$CL = \overline{Me} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k Me_j \quad (9.12)$$

$$LCL_{Me} = \overline{Me} - A_4 \overline{R}; \quad (9.13)$$

$$UCL_{Me} = \overline{Me} + A_4 \overline{R}; \quad (9.14)$$

Значения множителя A_4 выбираются из табл. 9.2.

Таблица 9.2

Значения множителя для расчета границ регулирования на карте медиан

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A_4	1,18	1,19	0,80	0,69	0,55	0,51	0,43	0,41	0,36

Карта размахов строится так же, как и для пары $\bar{x} - R$. Положение средней линии определяется по формуле (9.5) а границы регулирования – по формулам (9.10) и (9.11). При этом множители D_3 и D_4 выбираются в соответствии с табл. 9.1.

Высказываются следующие рекомендации по построению и применению $Me - R$ карт.

1) Для карт медиан значение предпочтительны нечетные объемы подгрупп.

2) Можно строить только один график, при этом пределы шкалы устанавливают таким образом, чтобы были включены большие значения из следующих:

- пределы поля допуска плюс значения измерений, вышедшие за эти пределы, или

- разность между большим и меньшим индивидуальными измерениями, умноженная на коэффициент от 1,5 до 2. Шкала на карте должна соответствовать шкале прибора.

3) Индивидуальные значения для каждой подгруппы наносятся по вертикальной линии, а медиана каждой подгруппы (средняя точка или, при четном объеме выборки, середина между внутренними точками) выделяется в виде кружка. Медианы подгрупп соединяются ломаной линией.

9.5.2.Карты средних арифметических и стандартных отклонений ($\bar{x} - s$)

Карты $\bar{x} - s$, как и карты $\bar{x} - R$, всегда применяют парами. Карты размахов применяют чаще, так как размах легко вычислить и он эффективен при малых объемах подгрупп (меньших 9). Выборочное стандартное отклонение s более эффективный показатель изменчивости процесса, особенно при больших объемах выборки. Но его сложнее вычислить и он менее чувствителен при обнаружении особых причин изменчивости в одной точке. Обычно s -карты применяют вместо R -карт, когда выполняют следующие условия:

- данные оперативно обрабатывают компьютером;
- для вычисления s применяют калькуляторы, что удобно в повседневной работе;
- используют большие объемы выборок.

Так как распределение стандартного отклонения отличается от распределения размаха, особые линии на s -карте рассчитываются следующим образом:

$$CL_{\bar{s}} = \bar{s} = \sqrt{\frac{1}{n_j k} \sum_{i=1}^{n_j k} (x_{ij} - \bar{x})^2}; \quad (9.15)$$

$$LCL_{\bar{s}} = B_3 \bar{s}; \quad (9.16)$$

$$UCL_{\bar{s}} = B_4 \bar{s}. \quad (9.17)$$

Значения множителей B_3 и B_4 выбираются из табл. 9.3.

Таблица 9.3

Значения множителя для расчета границ регулирования
на карте выборочных стандартных отклонений

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B_3	-	-	-	-	0,03	0,12	0,19	0,24	0,28
B_4	3,27	2,57	2,27	2,09	1,97	1,88	1,82	1,76	1,72
A_3	2,66	1,95	1,63	1,43	1,29	1,18	1,10	1,03	0,98

Примечание. При $n < 6$ контрольная граница $LSL_{\bar{s}}$ не строится

Положение средней линии на \bar{x} -карте определяется по формуле (8.4), но границы регулирования рассчитываются по формулам (8.18) и (8.19):

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{x} - A_3 \bar{s}; \quad (9.18)$$

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{x} + A_3 \bar{s}, \quad (9.19)$$

где множитель A_3 выбирается в соответствии с табл. 8.3.

9.5.3. Карты индивидуальных значений и скользящих размахов (карты $x - MR$)

Такие карты целесообразно применять в следующих случаях:

- измерения показателя качества являются дорогостоящими (например, могут быть произведены только разрушающим испытанием единицы продукции);
- результат процесса в любой момент времени относительно однороден (например, результат анализа химического раствора), что фактически дает размах, близкий к нулю;
- производство не является массовым (продукция тестируется поштучно);

– данные могут быть получены только по итогам определенного периода времени (по окончании смены, суток, месяца и т.д.).

Индивидуальные значения представляют собой результаты единичных испытаний x_i . Скользящий размах (MR - moving range) представляет собой разность двух последовательно полученных индивидуальных значений:

$$MR_i = |x_i - x_{i-1}|. \quad (9.20)$$

Для карты индивидуальных значений особые линии определяются следующим образом:

$$CL_x = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad (9.21)$$

$$LCL_x = \bar{x} - E_2 \overline{MR}; \quad (9.22)$$

$$UCL_x = \bar{x} + E_2 \overline{MR}; \quad (9.23)$$

где \overline{MR} - средний скользящий размах:

$$\overline{MR} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \overline{MR}_i. \quad (9.24)$$

E_2 - множитель, значение которого принимается на основании табл. 9.4.

Таблица 9.4

Значения множителя для расчета границ регулирования на карте индивидуальных значений

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
E_2	1,18	1,19	0,80	0,69	0,55	0,51	0,43	0,41	0,36

Для карты скользящих размахов положение средней линии определяется величиной среднего скользящего размаха:

$$CL_{MR} = \overline{MR}, \quad (9.25)$$

а границы регулирования вычисляются по следующим формулам:

$$LCL_{MR} = D_3 \overline{MR}; \quad (9.26)$$

$$UCL_{MR} = D_4 \overline{MR}, \quad (9.27)$$

где множители D_3 и D_4 принимаются в соответствии с табл. 9.1.

По отношению к картам $\bar{x} - R$ карты $x - MR$ обладают следующими особенностями:

– карта индивидуальных значений менее чувствительна к изменениям процесса под действием особых причин;

– при несимметричном распределении интерпретация таких карт затруднительна. В этом случае правила, указанные выше для \bar{x} карт могут давать признаки особых причин, даже если они отсутствуют;

– карта индивидуальных значений не воспроизводит повторяемость процесса от одной единицы продукции к другой единице. Если учет повторяемости имеет важное значение, рекомендуют использовать карты $\bar{x} - R$ при объеме выборок $n = 2-4$, даже если выборки могут быть отобраны только через длительные промежутки времени.

Для карты индивидуальных значений шкалу выбирают таким образом, чтобы были включены большие значения из следующих:

- пределы поля допуска плюс значения измерений, вышедшие за эти пределы;

- разность между наибольшим и наименьшим индивидуальными значениями, умноженная на коэффициент от 1,5 до 2.

Шкала для MR -карты должна быть такой же, как и для карты индивидуальных значений.

9.5.4. Контрольная карта долей несоответствующих единиц (p -карта)

Карта отображает изменчивость доли несоответствующих единиц (уровня брака) в контролируемой группе:

$$p_j = \frac{pn_j}{n_j}, \quad (9.28)$$

где pn_j - число несоответствующих единиц продукции в группе объемом n_j .

Контролируемая группа может быть выборкой определенного объема, отбираемая, например, дважды в день; частью продукции, выпущенной за определенный промежуток времени и т.д. Можно контролировать один или несколько показателей качества. Но в любом случае необходимо, чтобы

- каждую компоненту, часть или изделие после проверки можно было записать как соответствующую или несоответствующую, даже если в последнем случае единица продукции имела несколько конкретных несоответствий;

- результаты контроля можно было сгруппировать в соответствии с определенными критериями и несоответствующие единицы можно было выразить в виде долей от объема подгруппы.

Чтобы была возможность обнаружить изменчивость процесса при контроле по альтернативному признаку, в подгруппе желательно иметь несколько несоответствующих единиц (предпочтительно $np > 5$). Поэтому объем подгрупп должен составлять от 50 до 200, а при необходимости – и более. При низком уровне несоответствий условие $np > 5$ ограничивает область применения контрольных карт для альтернативного признака из-за недопустимого увеличения объема выборок. Чтобы уловить все вероятные источники изменчивости, число подгрупп должно быть не менее 25.

Большой объем подгруппы может быть недостатком, если каждая подгруппа соответствует длительному промежутку времени. Поэтому возможно использование подгрупп неодинакового объема, но рекомендуется, чтобы объемы подгрупп отличались не более чем на $\pm 25\%$. Однако рекомендуется составлять план наблюдений таким образом, чтобы объемы всех подгрупп были одинаковыми.

Частота формирования подгрупп должна быть сопоставимой с периодами производства, чтобы помогать проведению анализа и устранению найденных причин. Короткие интервалы времени позволяют ускорить обратную связь, но могут вызвать противоречия с требованием больших объемов подгрупп.

Особые линии для p -карты рассчитываются следующим образом:

$$CL_p = \bar{p} = \frac{n_1 p_1 + \dots + n_j p_j + \dots + n_k p_k}{n_1 + \dots + n_j + \dots + n_k}; \quad (9.29)$$

$$LCL_p = \bar{p} - 3 \frac{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}}{\sqrt{n}}; \quad (9.30)$$

$$UCL_p = \bar{p} + 3 \frac{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}}{\sqrt{n}}, \quad (9.31)$$

где n - объем подгруппы при условии, что все подгруппы имеют одинаковый объем.

Если используются подгруппы различного объема, но выполняется условие, что объемы подгрупп различаются не более чем на $\pm 25\%$, то в (9.30) и (9.31) допустимо применять средний объем подгруппы:

$$n \approx \bar{n} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k n_j. \quad (9.32)$$

Если объемы подгрупп различаются более, чем на 25%, то для каждой подгруппы необходимо рассчитать индивидуальные контрольные границы:

$$LCL_{pj} = \bar{p} - 3 \frac{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}}{\sqrt{n_j}}; \quad (9.30)$$

$$UCL_{pj} = \bar{p} + 3 \frac{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})}}{\sqrt{n_j}}, \quad (9.31)$$

В таком случае контрольные границы на p -карте становятся ступенчатыми (рис. 9.10).

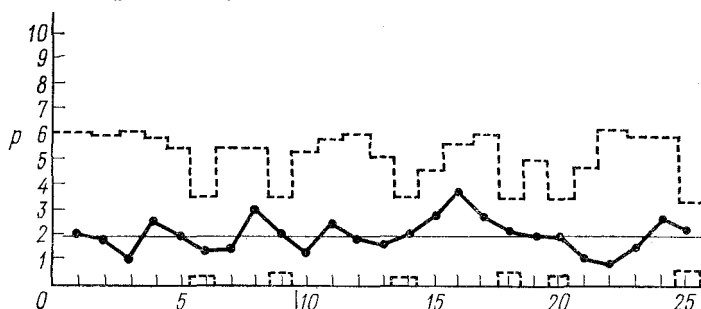


Рис. 9.10. Пример p -карты для совокупности подгрупп с существенно различными объемами

При малых p или n значения нижней контрольной границы становятся отрицательными. В таком случае принимается $LCL_p = 0$.

Вертикальная шкала для долей (или процентов) несоответствующих единиц должна содержать интервал от нуля до наибольшего значения доли несоответствующих единиц, отмеченного в исходных данных, умноженного на коэффициент от 1,5 до 2. Значения p для каждой подгруппы наносятся в виде точек и соединяются ломаной линией.

9.5.5. Контрольная карта числа несоответствующих единиц (*np* - карта)

Карта *np* отображает изменчивость числа несоответствующих единиц в контролируемых партиях продукции. Как и при построении *p* - карты число несоответствий в единице продукции не имеет значения, но на нее наносят действительное число несоответствующих единиц, а не их долю в подгруппе. Рекомендуется к применению, когда действительное число несоответствий более важно или его проще получить, чем долю несоответствующих единиц, а также, если размер выборки постоянный.

Как и при построении *p* - карты, период отбора подгрупп должен быть сопоставим с периодами производства и системами обратной связи. Выборки должны быть достаточно большими, чтобы обнаружить несколько несоответствующих единиц в каждой подгруппе. Принципиальное отличие заключается в том, объемы подгрупп должны быть одинаковы.

Особые линии для *np* - карты рассчитываются следующим образом:

$$CL_{np} = n\bar{p} = \frac{np_1 + \dots + np_j + \dots np_k}{k}; \quad (9.32)$$

$$LCL_{np} = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1 - \bar{p})}; \quad (9.33)$$

$$UCL_{np} = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1 - \bar{p})}. \quad (9.34)$$

где $n\bar{p}$ - среднее число несоответствующих единиц;

k - число подгрупп.

9.5.6. Контрольная карта числа несоответствий (*c* - карта)

Карта данного типа отображает изменчивость числа несоответствий в контролируемой партии, т. е. учитывается общее число несоответствий в каждой единице продукции. Рекомендуется к применению в следующих случаях когда:

- несоответствия могут быть распределены по поверхности или объему продукции (например трещины на болте, пузыри в стекле или точки тонкой изоляции провода) и когда может быть вычислена средняя доля несоответствий (например число трещин на 100 м² поверхности);
- в одной контролируемой единице могут быть обнаружены несколько несоответствий (например, контроль на авторемонтном

предприятии, где каждый отдельный автомобиль может иметь одно или несколько несоответствий).

Объемы контролируемых подгрупп (число единиц, площадь материала, длина провода и т.д.) обязательно должны быть равными. В противном случае данные будут отражать не изменчивость качества (частоту появления несоответствий c), а изменения в объеме подгрупп n_j . На карту наносят число несоответствий c_j в каждой подгруппе.

Особые линии для c -карты рассчитываются следующим образом:

$$CL_c = \bar{c} = \frac{c_1 + \dots + c_j + \dots + c_k}{k}; \quad (9.35)$$

$$LCL_c = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}; \quad (9.36)$$

$$LCL_c = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}, \quad (9.37)$$

где \bar{c} - среднее число несоответствий;

k - число подгрупп.

9.5.7. Контрольная карта числа несоответствий на единицу продукции (u -карта)

Карта данного типа используется для отображения числа несоответствий на учетную контролируемую единицу в подгруппах, которые могут иметь различные объемы (или количества контролируемого материала):

$$u_j = \frac{c_j}{n_j}. \quad (9.28)$$

Рассматриваемая карта подобна c -карте, но число несоответствий подсчитывают на единицу продукции. И u -карта, и c -карта применяют в одних и тех же случаях. Кроме того, u -карту можно применять, если подгруппа содержит более одной единицы продукции (чтобы сделать отчетность более значимой), а также если объем выборки меняется. Иногда учетная единица продукции отличается от производственной единицы. Например, в отчетах по числу несоответствий на 100 единиц продукции учетной единицей является 100 производственных единиц, и n показывает сколько сотен единиц продукции проверено.

Объемы выборок необязательно постоянны от подгруппы к подгруппе, хотя поддержание их в пределах 25 % выше или ниже

среднего упрощает вычисление контрольных границ. На карту наносят число несоответствий на единицу в каждой подгруппе.

Особые линии для c -карты, при условии, что объемы подгрупп различаются не более чем на $\pm 25\%$, рассчитываются следующим образом:

$$CL_u = \bar{u} = \frac{c_1 + \dots + c_j + \dots + c_k}{n_1 + \dots + n_j + n_k}; \quad (9.35)$$

$$LCL_u = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}}; \quad (9.36)$$

$$UCL_u = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{\bar{n}}}, \quad (9.37)$$

где \bar{u} - среднее число несоответствий на единицу продукции;

\bar{n} - средний объем подгруппы. Рассчитывается по формуле (9.32).

Если объемы подгрупп различаются более чем на 25%, то для каждой подгруппы необходимо рассчитать индивидуальные контрольные границы:

$$LCL_{uj} = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_j}}; \quad (9.38)$$

$$UCL_{uj} = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_j}}. \quad (9.39)$$

В таком случае, как и на p -карте для подгрупп существенно различного объема (рис. 8.10), контрольные границы на становятся ступенчатыми. Применение подобных переменных контрольных границ может вызвать ошибки при анализе контрольных карт. Поэтому рекомендуется использовать подгруппы одинакового объема.

9.6. Рекомендации по выбору контрольных карт

Контрольные карты для количественного признака применяют в тех случаях, когда при регистрации данных фиксируют измеренные значения характеристик процесса. Контрольные карты для количественного признака предпочтительны по следующим причинам:

1. Численное значение (например, диаметр равен 16,45 мм) содержит больше информации, чем регистрация альтернативных событий «да-нет» (например, диаметр внутри поля допуска или вне поля допуска).

2. Общие затраты на измерения в некоторых случаях оказываются ниже, хотя получение одного отдельного измерения дороже, чем получение единицы данных в виде «да-нет», так как для получения достаточной информации о процессе зачастую требуется измерить меньшее число единиц продукции, чем при контроле по альтернативному признаку.

3. Благодаря меньшему числу единиц продукции, подлежащих контролю, сокращается время между изготовлением продукции и корректирующими действиями, если по результатам контроля они необходимы.

4. Улучшение процесса может быть оценено количественно, даже если все индивидуальные значения лежат внутри установленного допуска. Это важно при проведении анализа и дальнейшего непрерывного совершенствования процесса.

5. С помощью контрольных карт по количественному признаку можно объяснить поведение процесса как по разбросу (изменение от единицы к единице), так и по расположению уровня процесса (среднему процесса). Благодаря этому контрольные карты по количественному признаку можно анализировать попарно: одна карта для среднего процесса, другая — для разброса.

Контрольные карты для альтернативных признаков могут использоваться по следующим причинам.

1. Альтернативные данные можно получить в результате работы любого технического и административного процесса. Самая трудная задача при этом — создать точные рабочие определения несоответствия (что это такое, как измерить, при каких условиях и т.п.).

2. Получение альтернативных данных (при контроле, ремонте, сортировке и т.п.) не требует дополнительных затрат; необходимо только нанести эти данные на контрольную карту.

3. Необходима оперативность, простота и небольшие затраты при сборе данных, например с использованием простых калибров (типа «да-нет»), не требуется специального обучения.

4. Отчеты для руководства содержат альтернативные данные. Например - процент изделий, принятых с первого предъявления, объем брака, число отклонений при проверке качества изделий и материалов. Контрольные карты могут быть полезны при анализе этих отчетов, благодаря возможности различать изменчивость от обычных и особых причин.

5. При введении контрольных карт в организации важно определить первоочередные проблемы и использовать карты там, где они наиболее необходимы. Сигналы о проблемах могут исходить от системы управления издержками, претензий потребителей и т.п. Применение контрольных карт для альтернативных признаков по основным показателям качества продукции может указать на возможное использование конкретных карт для количественного признака.

Алгоритм выбора типа контрольной карты изображен на рис. 9.11.

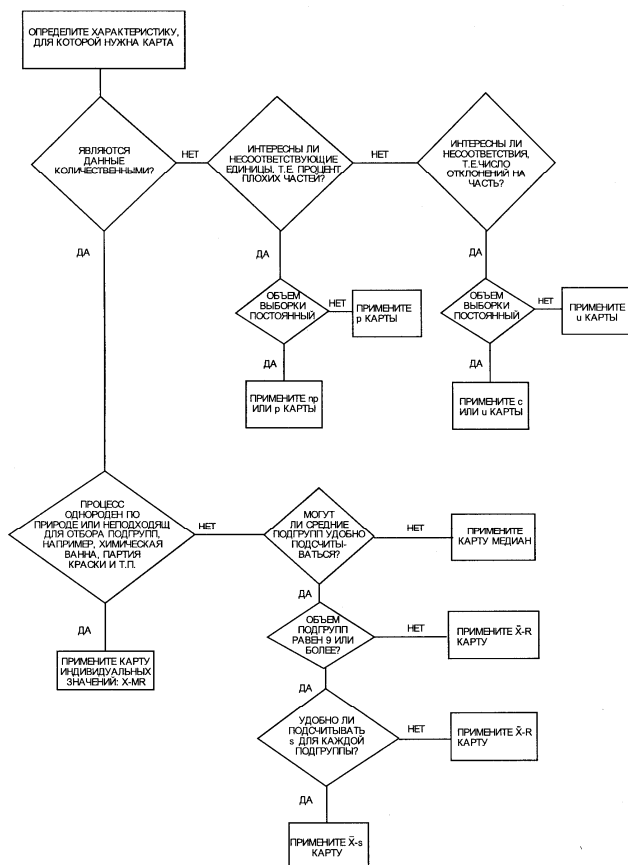


Рис. 9.11. Алгоритм выбора типа контрольной карты

9.7. Контрольные вопросы

1. Что представляет собой контрольная карта? Изложите порядок построения контрольной карты и назовите ее элементы.
2. Поясните общий подход к определению положения центральной линии и контрольных границ на контрольной карте.
3. Укажите основные типы, преимущества и недостатки контрольных карт по количественному признаку.
4. Укажите основные типы, преимущества и недостатки контрольных карт по альтернативному признаку.
5. Перечислите признаки проявления особых причин на контрольных картах.
6. Как можно интерпретировать факты расположения точек вне контрольных границ на X-карте?
7. Как можно интерпретировать факты расположения точек вне контрольных границ на R-карте?
8. Как можно интерпретировать длинные серии точек на X-карте?
9. Как можно интерпретировать длинные серии точек на R-карте?
10. Как можно интерпретировать факт расположения большого количества точек вблизи контрольных границ или вблизи средней линии?