# ВЫБОРОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ ПО АЛЬТЕРНАТИВНОМУ ПРИЗНАКУ

*Левандовский С.А. © 2016,*
доцент, канд. техн. наук, Магнитогорск

# План Выборочного Контроля

- Объём контролируемой партии
- Правила и порядок формирования выборок определенных объемов
- Вид контроля (количественный или альтернативный признак)
- Правила обработки данных контроля и принятия решений по результатам контроля выборок о соответствии или несоответствии контролируемой партии продукции установленным требованиям
- Числовые характеристики условий приемки контролируемой партии

# План Выборочного Контроля

**Например, максимально допустимое число несоответствующих изделий или несоответствий (приемочное число) в выборке либо граничные значения (приемочные границы) для выборочного среднего значения контролируемого параметра или другой выборочной характеристики.**

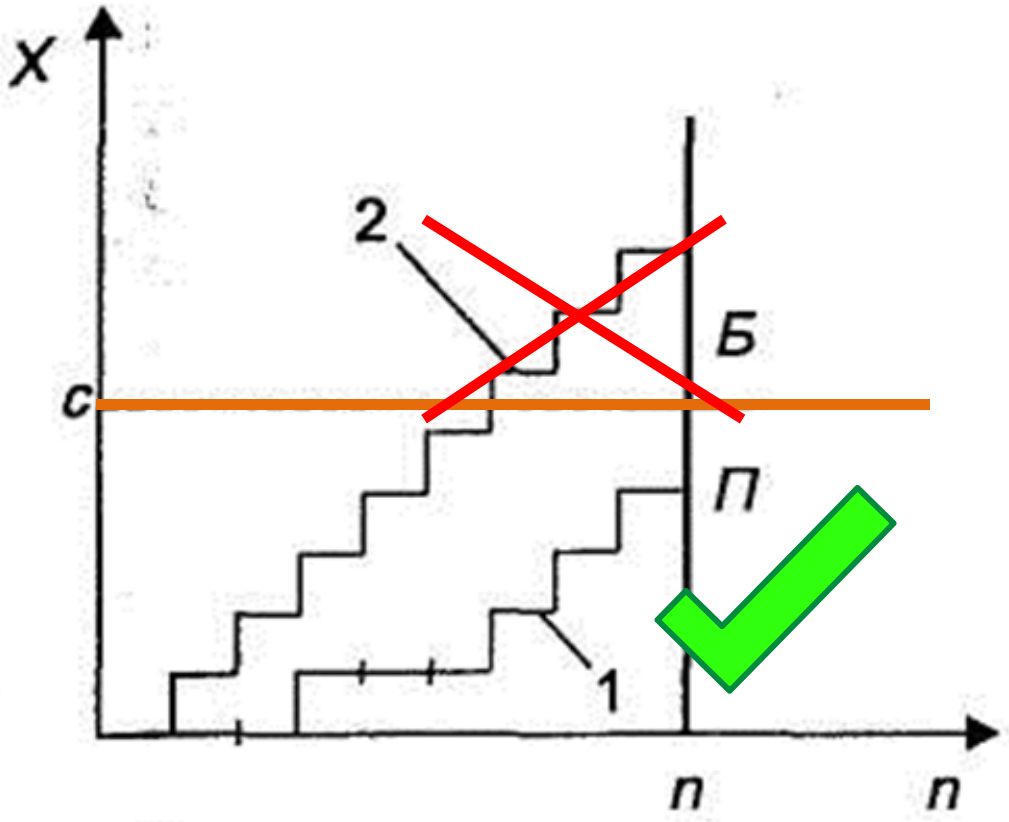
# План контроля

Это система правил по отбору изделий для проверки (формированию выборок) и принятию решения относительно всей партии — партию принять или забраковать.

# Типы планов контроля

***Одноступенчатый:***

если среди ***n*** изделий число дефектных ***m*** не превышает *приемочное число* ***c*** *(****m*** *<* ***c****),* то партия принимается, в противном случае партия бракуется.

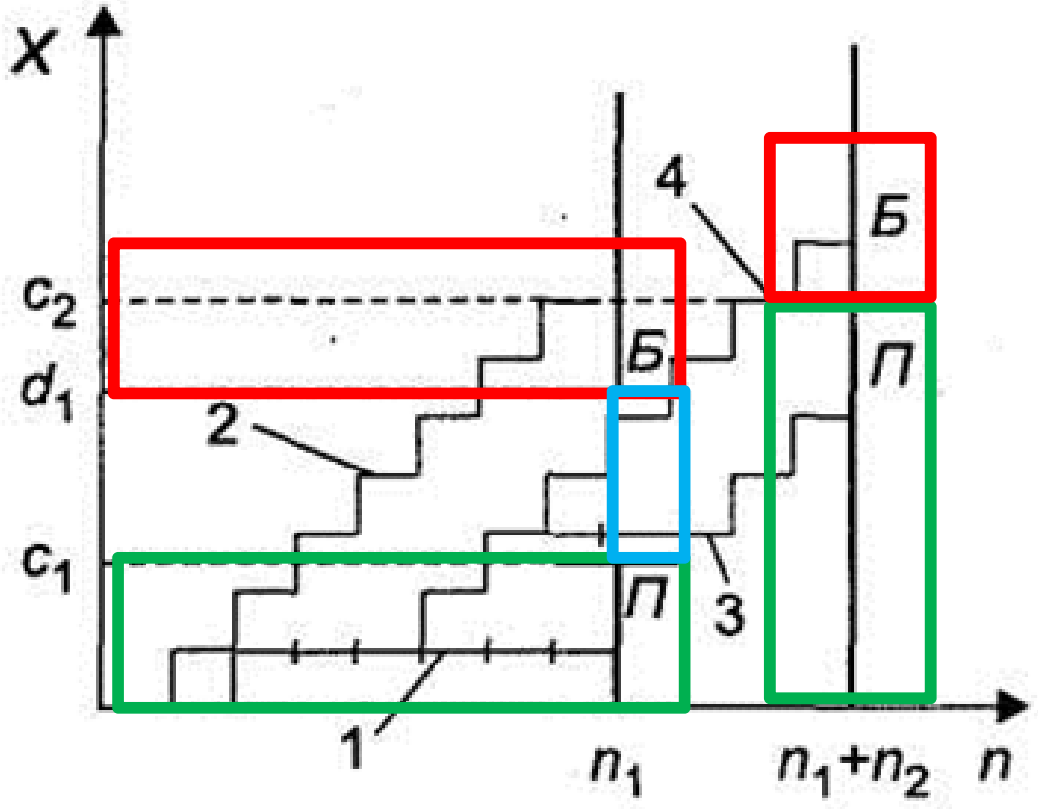


# Типы планов контроля

## *Двухступенчатый:*

если среди $n_1$ изделий в выборке число дефектных $m_1$ не превышает приемочное число $c_1$ ($m_1 < c_1$), то партия принимается; если $m_1 > d_1$, где $d_1$ — *браковочное число,* то партия бракуется;

если же $c_1 < m_1 < d_1$, то принимается решение о взятии второй выборки; на второй ступени объемом $n_2$ с приемочным числом $c_2$, если суммарное число дефектных изделий не превышает $c_2$ ($m_1 + m_2$) $< c_2$, то партия принимается, в противном случае партия бракуется.



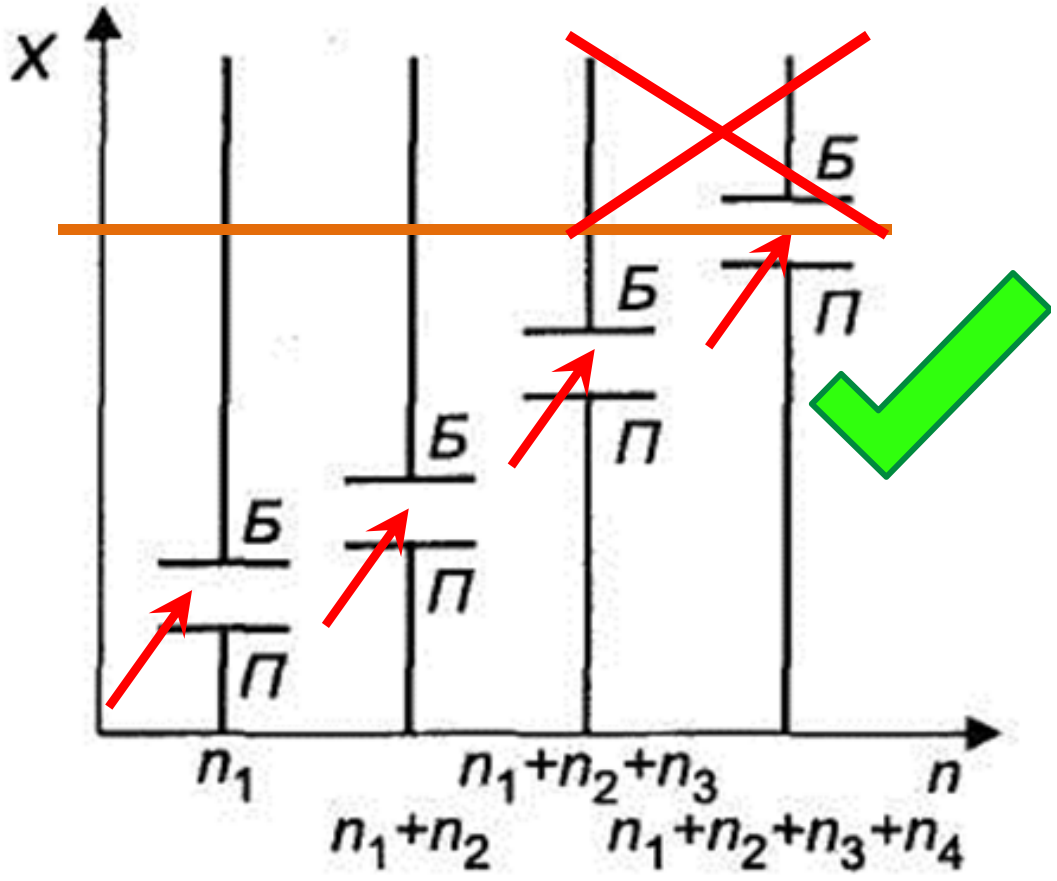
# Типы планов контроля

***Многоступенчатые:***

На заключительном *к*-том шаге, если среди суммы $(n_1 + n_2 + + \ldots + n_к)$ проконтролированных изделий оказалось $(m_1 + m_2 + \ldots + m_к)$ дефектных и $(m_1 + m_2 + \ldots + m_к) < c_к$, то партия принимается, в противном случае партия бракуется.

В многоступенчатых планах число шагов *к* задается заранее.

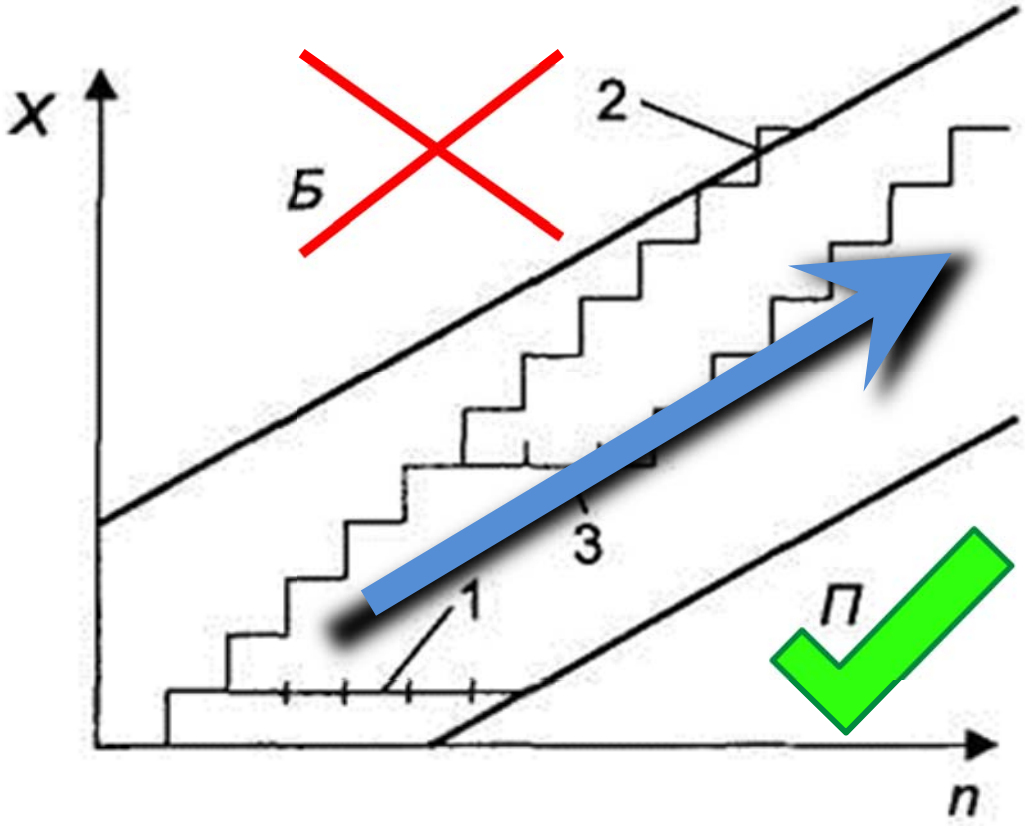
Обычно $n_1 = n_2 = \ldots = n_к$



# Типы планов контроля

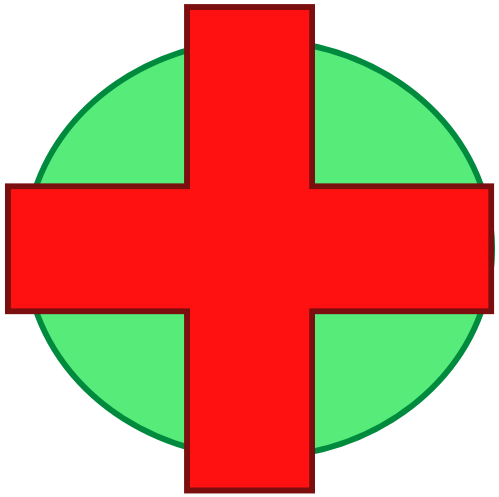
## *Последовательный:*

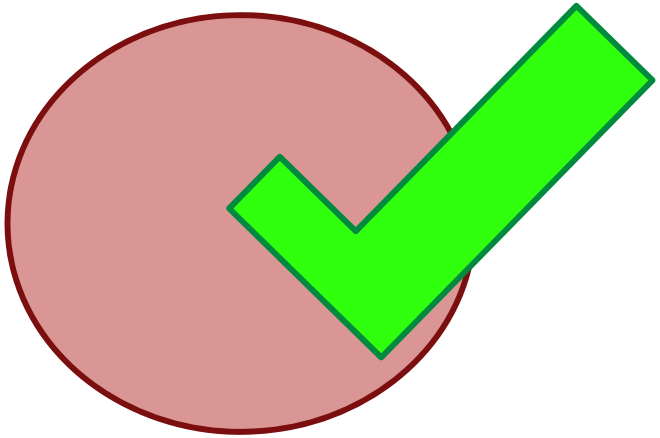
Решение принимается после оценки ряда выборок, общее число которых заранее не устанавливается, а определяется в процессе контроля по результатам предыдущих выборок. Принимается одно из трех решений — принять партию, забраковать партию, продолжить контроль.



# Риски и ошибки

- Риск поставщика ($\alpha$ около 5%) - риск забраковать партию продукции, соответствующую установленным требованиям к ее качеству.
- Риск потребителя ($\beta$ около 10%) - риск принять партию продукции, не соответствующую установленным требованиям к ее качеству.





# Риски и ошибки

- При выборочном контроле **риски** поставщика и потребителя **неизбежны**. Всегда желательно **выбирать такой план** выборочного контроля, при котором эти **риски были бы минимальны**. **Одновременное уменьшение обоих рисков** можно достичь только за счет **увеличения объема выборки.** *Если объем выборки равен объему контролируемой партии продукции, то риски практически равны нулю.*

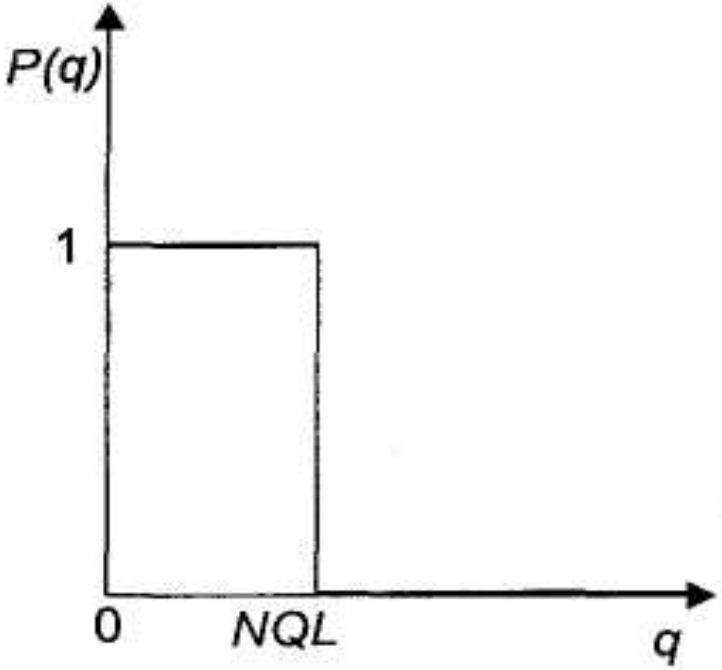
# Оперативная характеристика плана

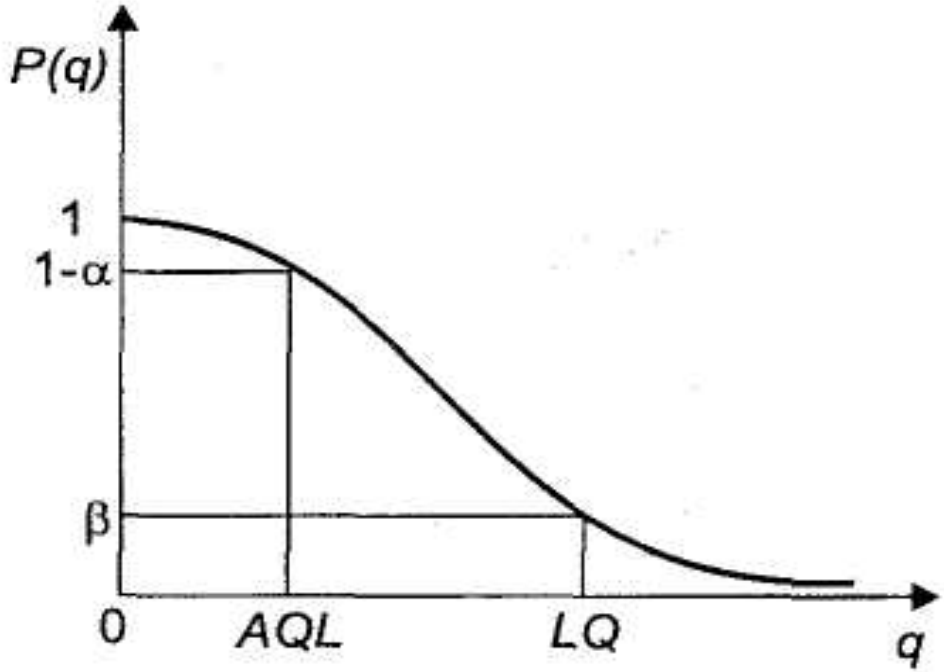
- Совокупность планов выборочного контроля различной степени жесткости и правил перехода с одного плана на другой, основанных на использовании дополнительной информации, например, результатов контроля предыдущих партий, образует схему выборочного контроля.

- Для оценки свойств планов и схем выборочного контроля и сравнения между собой различных планов и схем используется оперативная характеристика, которая представляет собой зависимость вероятности приемки контролируемой партии продукции от величины параметра, характеризующую качество этой партии продукции.

# Оперативная характеристика плана

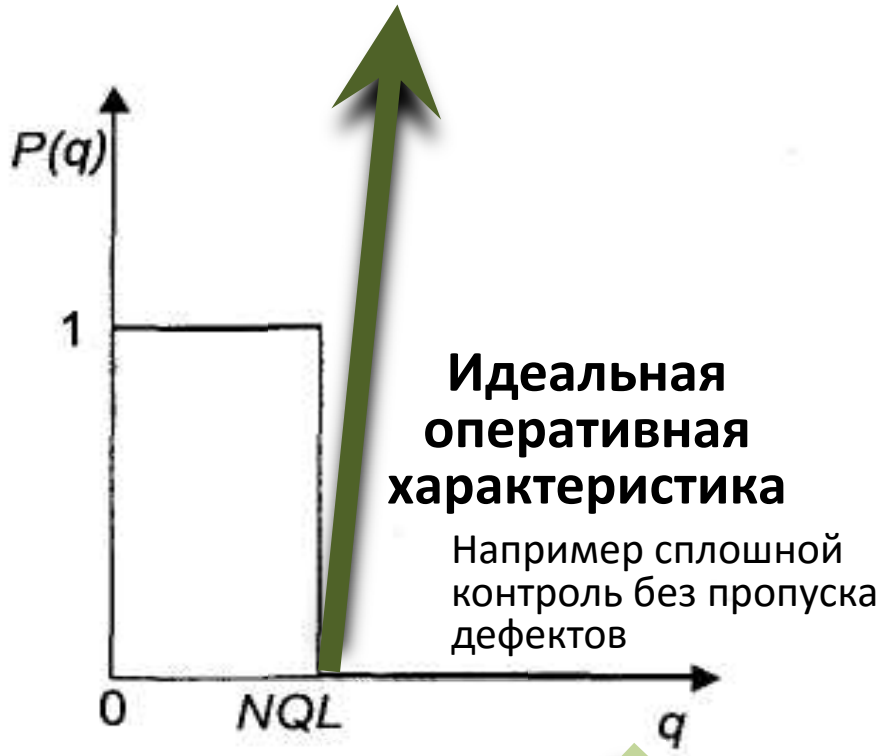
- Оперативная характеристика может быть выражена уравнением, графиком, таблицей или рассчитана с помощью компьютерного программного средства и представлена на экране дисплея или в виде распечатки. Наиболее наглядной формой оперативной характеристики является графическая



# Оперативная характеристика плана

Нормативное значение доли дефектов в партии



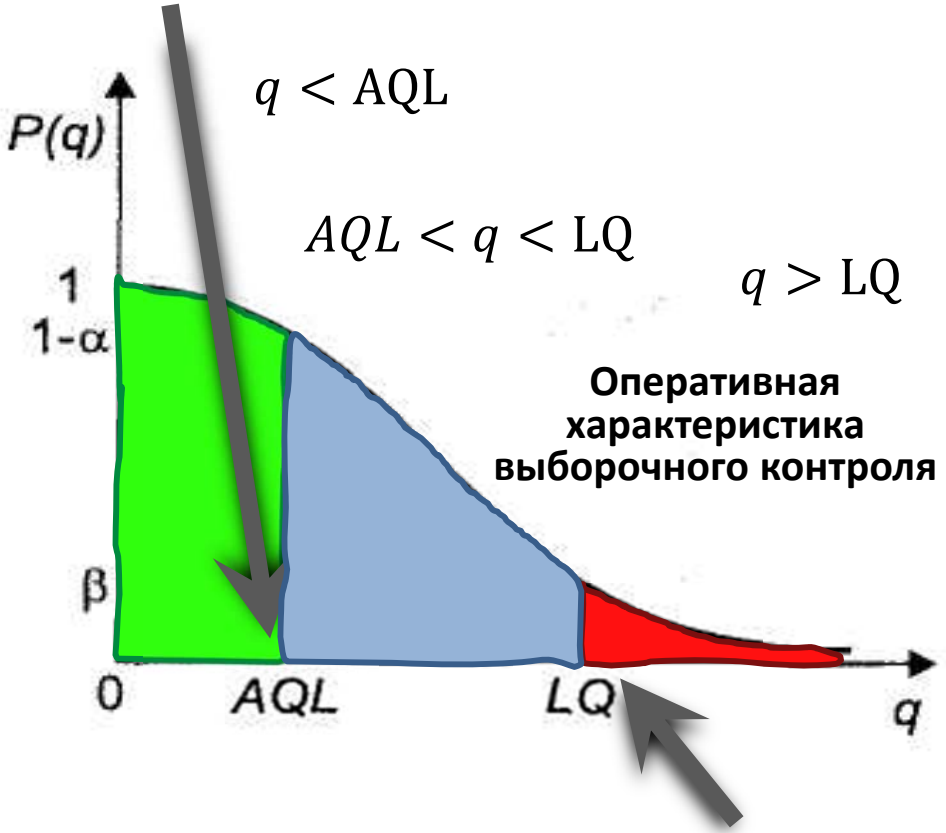

**Идеальная оперативная характеристика**

Например сплошной контроль без пропуска дефектов

Доля дефектов в партии

$$q = {}^{M}/_{N}$$

Приемлемый уровень качества




**Оперативная характеристика выборочного контроля**

Предельное качество

# Пример 1

**При а = 0,05, β =0,1, *AQL* = 0,003, *LQ* = 0,02 - для этого плана в среднем из каждых 100 партий, имеющих засоренность не выше 0,3% будет забраковано не более пяти, а из 100 партий, содержащих более 2% дефектных изделий будет принято не более 10 партий.**

# Контроль по альтернативному признаку

Общий объём партии N изделий

Необходимо подобрать выборку объёмом n

Количество способов выбора

$$C_N^n = \frac{N!}{n!\,(N-n)}$$

# Контроль по альтернативному признаку

Пусть случайная величина X – количество дефектных (несоответствующих) изделий

Доля несоответствий - q

| Число дефектных изделий в партии Nq | Число годных изделий N - Nq |
|---|---|

Пусть X=m

То есть взято ровно m дефектных изделий

$$P(X = m) = \frac{C_{Nq}^{m} C_{N-Nq}^{n-m}}{C_{N}^{n}}$$

# Контроль по альтернативному признаку

Как правило объём выборки составляет не более 10% от всей партии

$$P(X = m) = \frac{C_{Nq}^{m} C_{N-Nq}^{n-m}}{C_{N}^{n}}$$

Гипергеометрическое распределение может быть аппроксимировано биноминальным

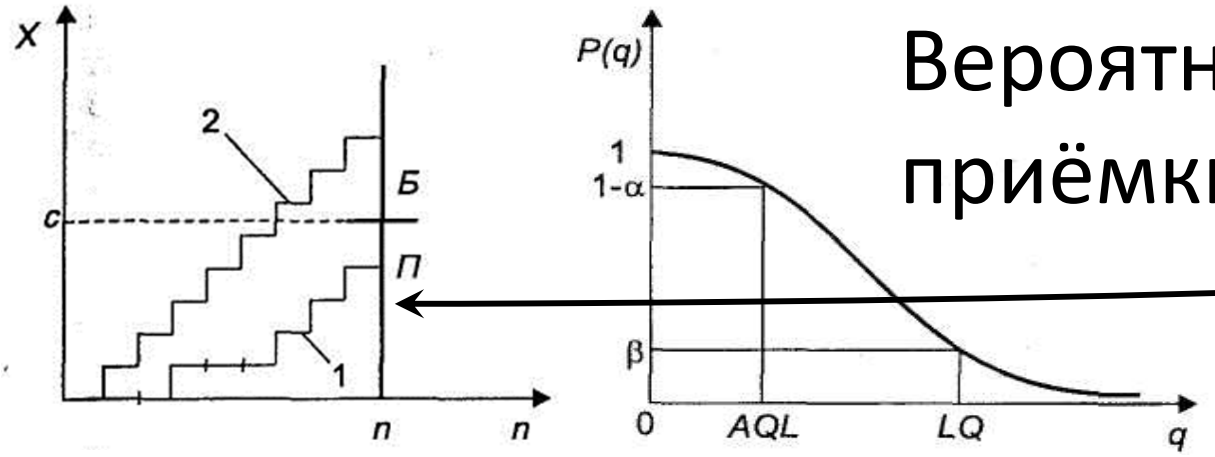
$$P(X = m) = C_{n}^{m} q^{m} (1 - q)^{n-m}$$

На практике доля несоответствий обычно не более 10%

Можно аппроксимировать распределением Пуассона

$$P(X = m) = \frac{(nq)^{m}}{m!} e^{-nq}$$

# Одноступенчатый контроль по альтернативному признаку




Вероятность приёмки партии P(q) $m \leq c$

Сложим вероятности несовместимых событий

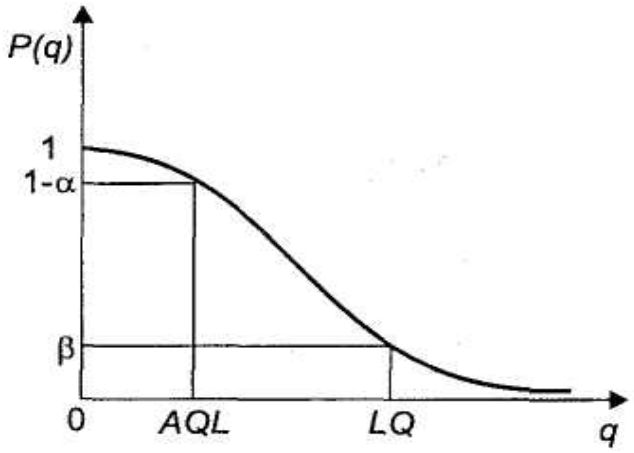
$$P(q) = P(m \leq c) =$$

$$P(X = 0) + P(X = 1) + \cdots + P(X = c) = \sum_{m=0}^{c} P(X = m)$$

Для биноминального распределения оперативная характеристика

$$P(q) = \sum_{m=0}^{c} C_n^m q^m (1 - q)^{n-m}$$

# Одноступенчатый контроль по альтернативному признаку




$$P(q) = \sum_{m=0}^{c} C_n^m q^m (1-q)^{n-m}$$

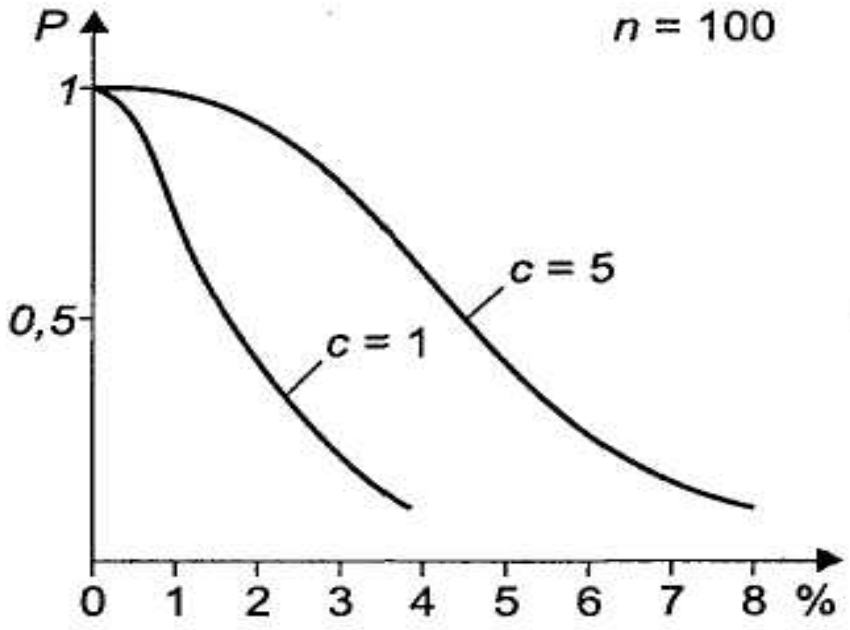
$$P(AQL) = \sum_{m=0}^{c} C_n^m AQL^m (1-AQL)^{n-m} = 1-\alpha\ ;$$

$$P(LQ) = \sum_{m=0}^{c} C_n^m LQ^m (1-LQ)^{n-m} = \beta.$$

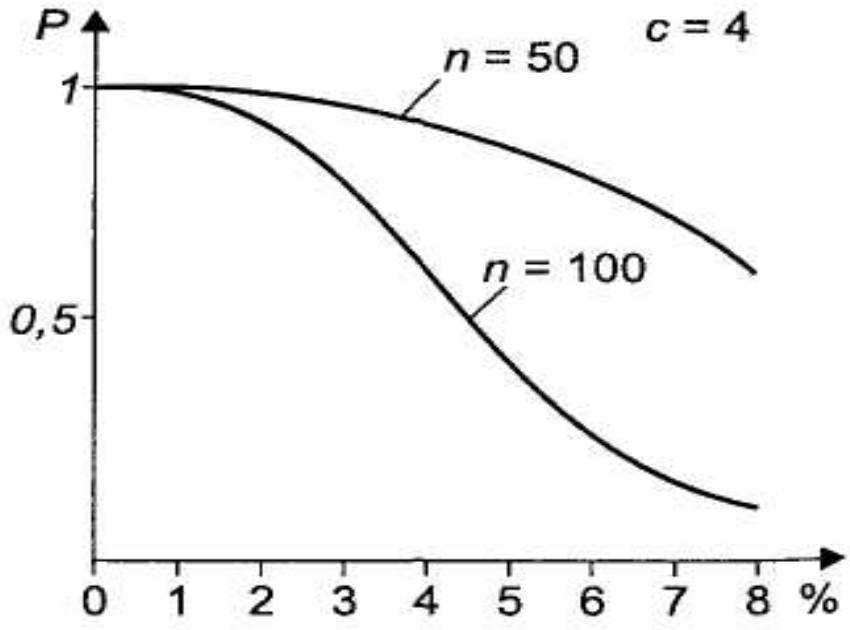
Зная значения *AQL*, *LQ*, и риски $\alpha$ и $\beta$ можно решить систему и найти значения ***n*** и ***c***.

# Одноступенчатый контроль по альтернативному признаку

При постоянном объеме выборки ***n*** с возрастанием приемочного числа ***c*** вероятность принятия партии с заданным приемлемым уровнем качества ***AQL*** возрастает, а с возрастанием ***n*** при постоянном ***c*** вероятность приемки партии уменьшается. Можно подобрать такой план контроля ***(n,c)***, который бы обеспечивал значения рисков $\alpha$ и **β** при заданных значениях уровней качества ***AQL*** и ***LQ***.




***n* = const**



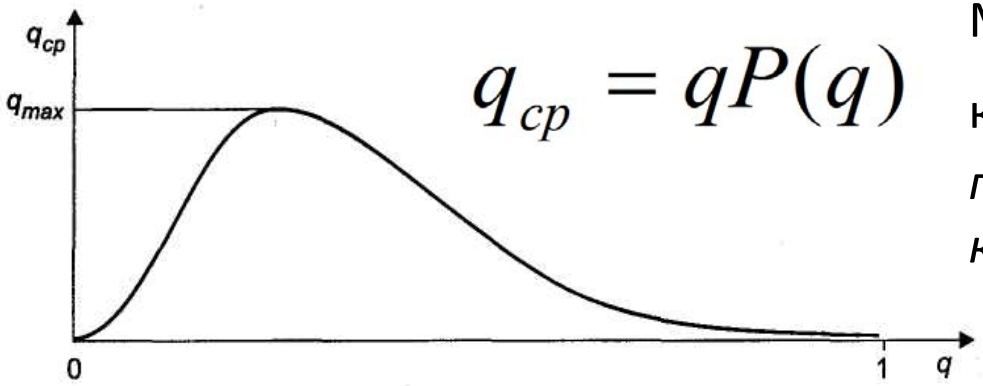

***c* = const**

# Одноступенчатый контроль по альтернативному признаку

Могут быть найдены некоторые полезные характеристики:

$\mathbf{q_{ср}}$ - средняя доля несоответствующих единиц продукции в принятых партиях (средний уровень выходного качества),

$\mathbf{n_{ср}}$ - среднее число проконтролированных изделий в партии.

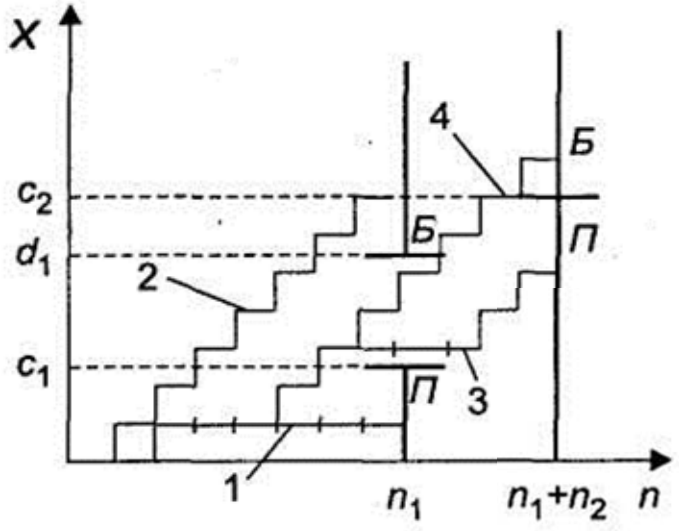



$$q_{ср} = qP(q)$$

Максимальный для заданного плана контроля средний уровень $\mathbf{q_{max}}$ называют *пределом среднего уровня выходного качества*.

$$n_{ср} = nP(q) + N[1 - P(q)]$$

# Двухступенчатый контроль по альтернативному признаку



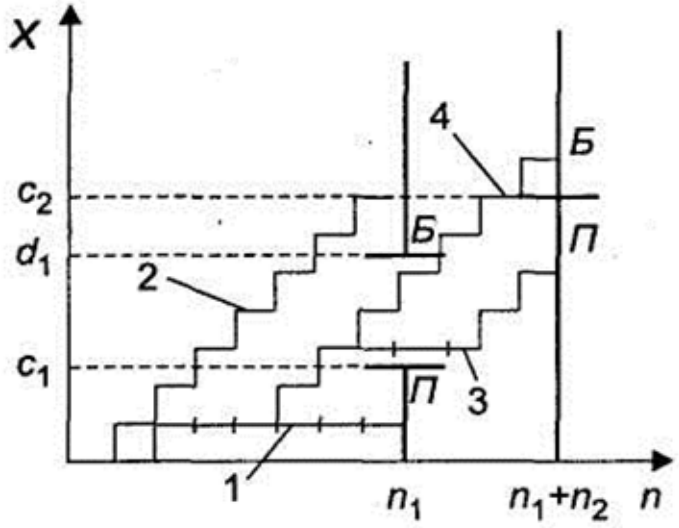

$$P(q) = P_1(q) + P_2(q)$$

$$P(q) = \sum_{m_1=0}^{c_1} p(X_1 = m_1) + \sum_{m_1=c_1+1}^{d_1-1} P(X_1 = m_1) \sum_{m_2=0}^{c_2-m_1} P(X_2 = m_2)$$

Если отклоненные партии бракуются (возвращаются поставщику) то среднее число проверенных изделий в партии определяется по формуле

$$n_{cp} = n_1 + n_2 \sum_{m_1=c_1+1}^{d_1-1} P(X_1 = m_1)$$

# Двухступенчатый контроль по альтернативному признаку




Если отклоненные партии изделий подвергаются сплошному контролю, то партия объемом **N** может быть принята либо по результатам первой выборки, и тогда в ней будет проконтролировано $n_1$ изделий, либо на основании двух выборок и в ней будет проконтролировано $(n_1 + n_2)$ изделий. Если же партия отклоняется, то проверяются все $N$ изделий.

$$n_{cp} = n_1 \sum_{m_1=0}^{c_1} P(X_1 = m_1) +$$

$$+ (n_1 + n_2) \sum_{m_1=c_1+1}^{d_1-1} P(X_1 = m_1) \sum_{m_2=0}^{c_2-m_1} P(X_2 = m_2) + N[1 - P(q)]$$

# Пример 2

Построить оперативные характеристики для одноступенчатого плана с параметрами **n=50** и **c=3** и для двухступенчатого плана с параметрами $n_1 = n_2 = 25$; $c_1 = 1$; $d_1 = 3$; $c_2 = 2$. Сравнить средний объем проконтролированных изделий в партии, предполагая, что забракованные партии возвращаются поставщику. Сравнить риски поставщика при использовании этих планов, принимая приемлемый уровень качества ***AQL*=0,01.**

# …Пример 2…

Воспользуемся биномиальным распределением для одноступенчатого плана

$$P(q) = \sum_{m=0}^{c} C_n^m q^m (1-q)^{n-m}$$

$$P(q) = C_{50}{}^{0} q^0 (1-q)^{50} + C_{50}{}^{1} q^1 (1-q)^{49} +$$

$$+ C_{50}{}^{2} q^2 (1-q)^{48} + C_{50}{}^{3} q^3 (1-q)^{47} =$$

$$= (1-q)^{50} + 50q(1-q)^{49} + 1225q^2(1-q)^{48} +$$

$$+ 19600\, q^3 (1-q)^{47};$$

# …Пример 2…

Для двухступенчатого плана
по аналогии

$$P(q) = (1-q)^{25} + 25q(1-q)^{24} + 300q^2(1-q)^{24}(1-q)^{25}$$

Средний объём при одноступенчатом контроле

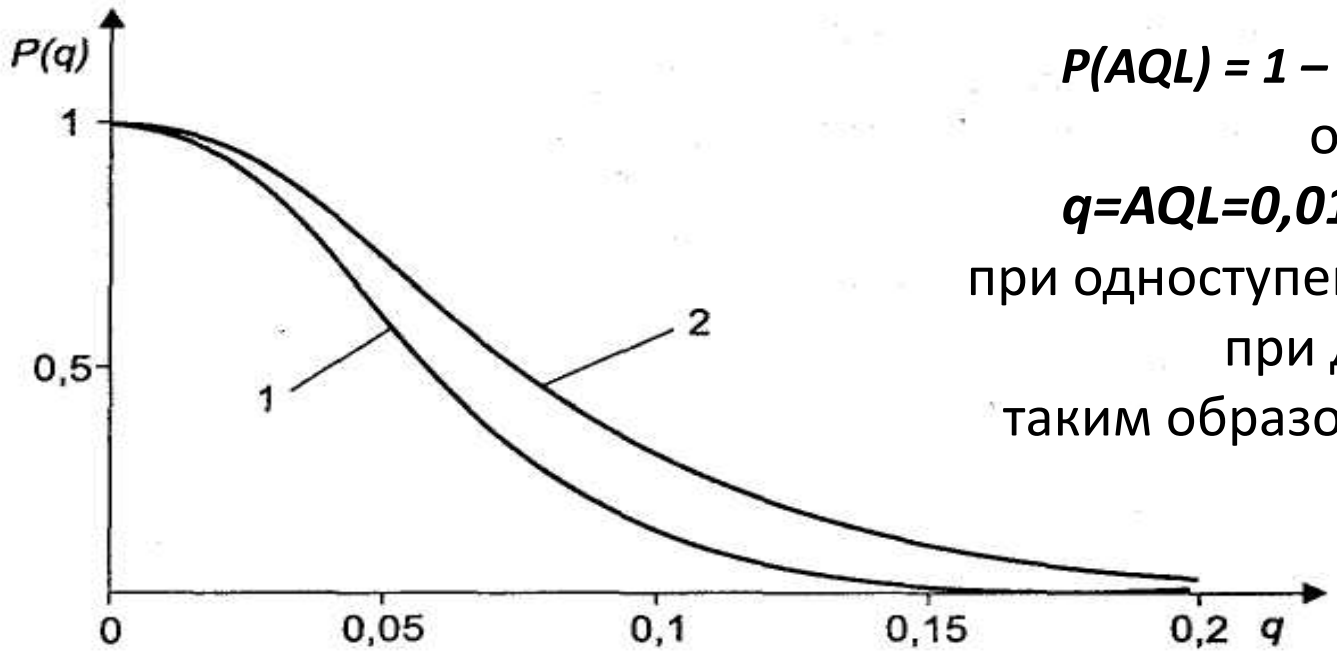
$$n_{cp} = n = 50$$

Средний объём при двухступенчатом контроле

$$n_{cp} = n_1 + n_2 300q^2(1-q)^{24}$$

# …Пример 2

В частности при $q$=0,01 $n_{ср}$=26; при $q$=0,1 $n_{ср}$=31, что значительно ниже, чем при одноступенчатом контроле, где значение было ***50***.



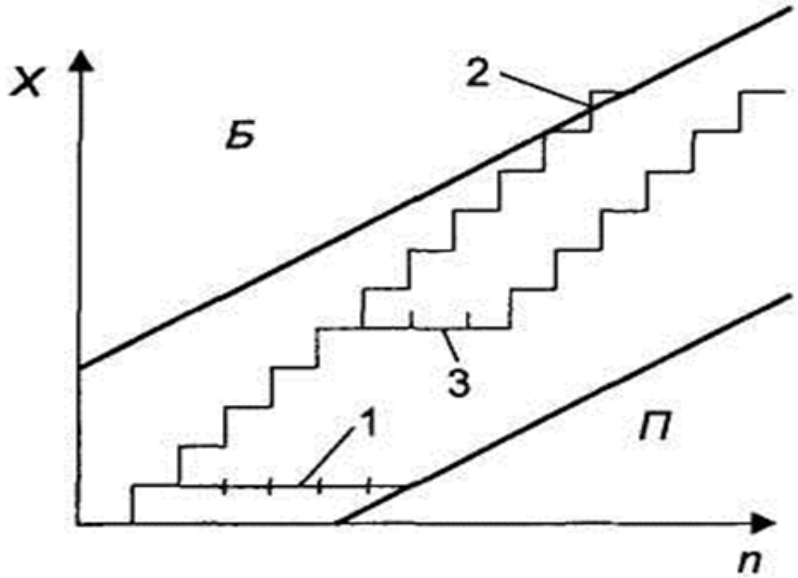

***P(AQL) = 1 – α,*** подставляя в уравнения оперативных характеристик ***q=AQL=0,01***, найдем риск поставщика при одноступенчатом контроле ***α = 0,013***, при двухступенчатом ***α = 0,007***; таким образом, двухступенчатый контроль уменьшает риск поставщика.

# Последовательный контроль по альтернативному признаку

Исходные данные $\alpha$, $\beta$, ***AQL=$q_0$***, ***LQ=$q_1$***.

Проверка гипотез: ***$H_0$: $q<q_0$*** и ***$H_1$: $q>q_1$***

Для принятия решения находят соотношение правдоподобия:
***$P(q_1,n) / P(q_0,n)$***




Для $H_0$: $\frac{P(q_1,n)}{P(q_0,n)} \le \frac{\beta}{1-\alpha}$ Для $H_1$: $\frac{P(q_1,n)}{P(q_0,n)} \le \frac{1-\beta}{\alpha}$

Пусть среди ***n*** проконтролированных изделий обнаружены ***X*** дефектных, тогда вероятность того, что партия, из которой последовательно отобрали эти ***n*** изделий, имеет долю несоответствий ***q***, равна:

$$P(q,n) = q^X (1-q)^{n-X}$$

# Последовательный контроль по альтернативному признаку

Учитывая

Для $H_0$: $\frac{P(q_1,n)}{P(q_0,n)} \le \frac{\beta}{1-\alpha}$ Для $H_1$: $\frac{P(q_1,n)}{P(q_0,n)} \le \frac{1-\beta}{\alpha}$

и $P(q,n) = q^X (1-q)^{n-X}$

получим

$$\frac{q_1^X (1-q_1)^{n-X}}{q_0^X (1-q_0)^{n-X}} = \frac{\beta}{1-\alpha}$$

$$\frac{q_1^X (1-q_1)^{n-X}}{q_0^X (1-q_0)^{n-X}} = \frac{1-\beta}{\alpha}$$

логарифмируя первое выражение

$$X \lg \frac{q_1}{q_0} + (n-X) \lg \frac{1-q_1}{1-q_0} = \lg \frac{\beta}{1-\alpha}$$

представим в виде

$$X = sn - h_1$$

где...

# Последовательный контроль по альтернативному признаку

представим в виде

$$X = sn - h_1$$

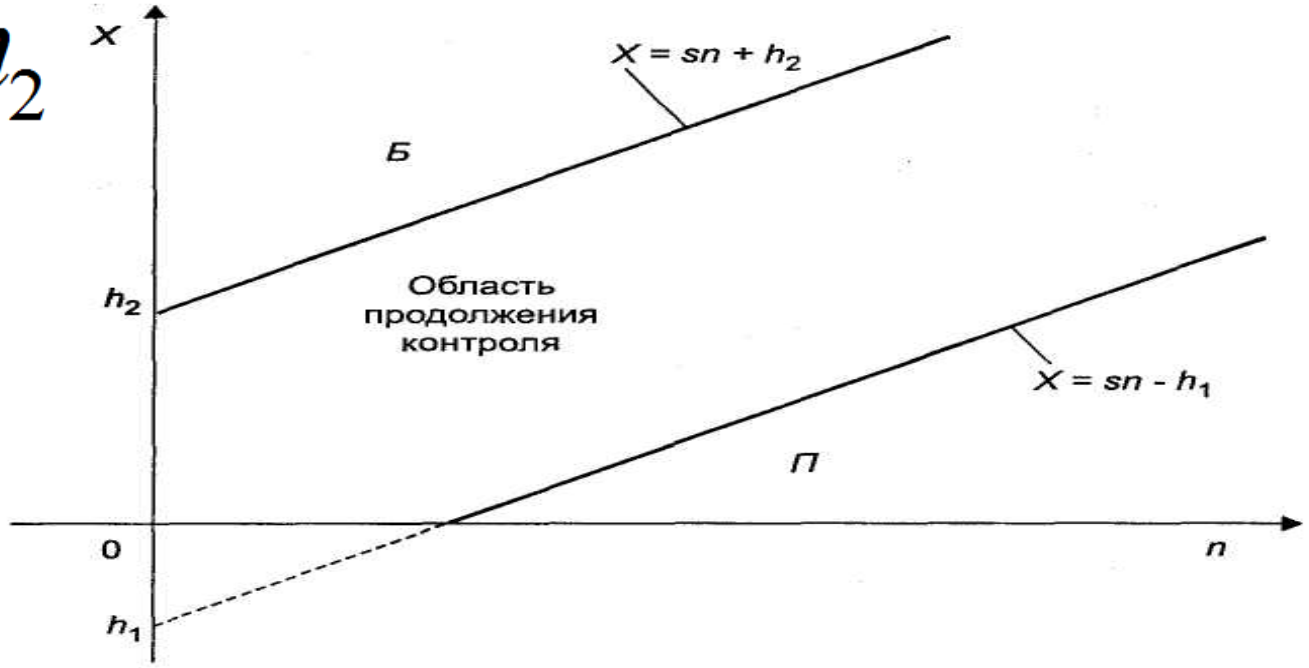
где

$$s = \frac{\lg\frac{1-q_0}{1-q_1}}{\lg\frac{q_1(1-q_0)}{q_0(1-q_1)}} \qquad h_1 = \frac{\lg\frac{1-\alpha}{\beta}}{\lg\frac{q_1(1-q_0)}{q_0(1-q_1)}}$$

Для

$$X = sn + h_2$$

$$h_2 \frac{\lg\frac{1-\beta}{\alpha}}{\lg\frac{q_1(1-q_0)}{q_0(1-q_1)}}$$



# Нормативная документация РФ

- **ГОСТ Р 50779.30-95**. Статистические методы. Приемочный контроль качества. Общие требования.
- **ГОСТ Р 50779.50-95**. Статистические методы. Приемочный контроль качества по количественному признаку. Общие требования.
- **ГОСТ Р 50779.51-95**. Статистические методы. Непрерывный приемочный контроль качества по альтернативному признаку.
- **ГОСТ Р 50779.52-95**. Статистические методы. Приемочный контроль качества по альтернативному признаку.
- **ГОСТ Р 50779.53-98**. Статистические методы. Приемочный контроль качества по количественному признаку для нормального закона распределения. Часть 1. Стандартное отклонение известно.
- **ГОСТ Р 50779.70-99** (ИСО 2859-0-95). Статистические методы. Процедуры выборочного контроля по альтернативному признаку. Часть 0. Введение в систему выборочного контроля по альтернативному признаку на основе приемлемого уровня качества AQL.
- **ГОСТ Р 50779.71-99** (ИСО 2859-1-89). Статистические методы. Процедуры выборочного контроля по альтернативному признаку. Часть 1. Планы выборочного контроля последовательных партий на основе приемлемого уровня качества AQL.
- **ГОСТ Р 50779.72-99** (ИСО 2859-2-85). Статистические методы. Процедуры выборочного контроля по альтернативному признаку. Часть 2. Планы выборочного контроля отдельных партий на основе предельного качества LQ.
- **ГОСТ Р 50779.73-99** (ИСО 2859-3-91). Статистические методы. Процедуры выборочного контроля по альтернативному признаку. Часть 3. Планы выборочного контроля с пропуском партий.
- **ГОСТ Р 50779.74-99** (ИСО 3951-89). Статистические методы. Процедуры выборочного контроля и карты контроля по количественному признаку для процента несоответствующих единиц продукции.
- **ГОСТ Р 50779.75-99** (ИСО 8422-91). Статистические методы. Последовательные планы выборочного контроля по альтернативному признаку.
- **ГОСТ Р 50779.76-99** (ИСО 8423-91). Статистические методы. Последовательные планы выборочного контроля по количественному признаку для процента несоответствующих единиц продукции (стандартное отклонение известно).
- **ГОСТ Р 50779.77-99**. Статистические методы. Планы и процедуры статистического приемочного контроля нештучной продукции.

# Рекомендуемая литература

- ***Жулинский С.Ф., Новиков Е.С., Поспелов В.Я.*** **Статистические методы в современном менеджменте. – М.: Фонд «Новое тысячелетие», 2001. – 208с.**
- ***Клячкин В.Н.*** **Статистические методы в правлении качеством: компьютерные технологии: Учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 304 с.: ил.**
- ***ГОСТ 15895-77.*** **Статистические методы управления качеством продукции. Термины и определения**